

Национальный исследовательский университет  
Высшая Школа Экономики

курс-майнор 2017-2018 уч.года  
«Квантовая физика 'для чайников'»

В.Н.Глазков

Лекция 5

Волновые свойства частиц.  
Дифракция и интерференция частиц.

## Оглавление

Гипотеза о волнах де Бройля (напоминание).....	4
Интерференция и дифракция волн.....	4
Уравнение плоской волны. Фаза волны.....	4
Интерференция электромагнитных волн: цвета тонких плёнок.....	7
Дифракция электромагнитных волн: дифракционная решётка.....	9
Опыт Юнга: дифракция на двух щелях.....	10
Стоячие волны.....	11
Дифракция частиц.....	12
Опыты Дэвиссона-Гермера. ....	13
Опыт Томсона.....	16
Опыт типа опыта Юнга: интерференция электрона «самого с собой».....	18
Опыты Рамзауэра-Таунсенда: определение размера атома.....	20
Дифракция нейтронов.....	22

## Список литературы

- 1: L. de Broigle, Waves and Quanta, Comptes Rendus, 177, 507 ( 1923)
- 2: Л.Свистов, Мыльные пузыри в фотографиях, Квант, 4, 2 ( 2015)
- 3: Hyperphysics Project, Oil Film Interference, 2017, <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/oilfilm.html>
- 4: Causes of Color, Why are butterflies colored?, 2017, <http://www.webexhibits.org/causesofcolor/15A.html>
- 5: wikipedia.org, Structural coloration, 2017, [https://en.wikipedia.org/wiki/Structural\\_coloration](https://en.wikipedia.org/wiki/Structural_coloration)
- 6: wikipedia.org, Young's interference experiment, 2017, [https://en.wikipedia.org/wiki/Young's\\_interference\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Young's_interference_experiment)
- 7: wikipedia.org, Double-slit experiment, 2017, [https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment)
- 8: Michael Vollmer, Physics of the microwave oven, Physics Education, 39, 74 ( 2004)
- 9: C.Davisson, Nobel prize lecture, , [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1937/index.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1937/index.html)
- 10: G.P.Thomson, A.Reid, Diffraction of Cathode Rays by a Thin Film, Nature, 119, 890 ( 1927)
- 11: G. P. Thomson, Experiments on the Diffraction of Cathode Rays, Proc. R. Soc. Lond. A , 117, 600 ( 1928)
- 12: Robert P Crease, The most beautiful experiment, Physics World, 15, 19 ( 2002)
- 13: P. G. Merli, G. F. Missiroli, and G. Pozzi, On the statistical aspect of electron interference phenomena, American Journal of Physics, 44, 306 ( 1976)
- 14: A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, and T. Kawasaki, Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern , American Journal of Physics, 57, 117 ( 1989)
- 15: Hitachi Lab, Double-slit interference pattern from the Hitachi experiment, 1989, [https://www.youtube.com/watch?v=PanqoHa\\_B6c](https://www.youtube.com/watch?v=PanqoHa_B6c)
- 16: Rodolfo Rosa, The Merli–Missiroli–Pozzi Two-SlitElectron-Interference Experiment, Physics in Perspective, 14, 178 ( 2012)
- 17: Roger Bach, Damian Pope, Sy-Hwang Liou and Herman Batelaan, Controlled double-slit electron diffraction, New Journal of Physics, 15, 033018 ( 2013)
- 18: S.G.Kukolich, Demonstration of the Ramsauer-Tounsand effect in a Xenon Tyatron, American Journal of Physics, 36, 701 ( 1968)
- 19: Clifford G. Schull, Early development of neutron scattering, Rev. Mod. Phys., 67, 753 ( 1995)
- 20: ILL, Веб-сайт Института Лауэ и Ланжевена, , [www.ill.eu](http://www.ill.eu)

## Гипотеза о волнах де Бройля (напоминание)

Напомним введённую на прошлой лекции гипотезу де Бройля о волновых свойствах частиц.

Де Бройль в своей работе 1923 года «Волны и кванты» [1] предположил существование некоторых волновых свойств у «нормальных» тел, движение которых описывалось ранее только классической механикой. Результат рассуждений де Бройля заключался в том, что с каждой частицей связана некоторая форма волнового процесса с характерной длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где  $p$  — импульс частицы. Напомним также, что это соотношение верно и для

релятивистских частиц.

Таким образом, по гипотезе де Бройля, движение материального тела может быть описано как движение некоторого волнового пакета с характерной длиной волны  $\lambda = h/p$ . Эта гипотеза приписывает частицам волновые свойства. Основной целью этой лекции является убедиться в наличии таких свойств у частиц, рассмотреть классические эксперименты, в которых эти свойства проявлялись.

## Интерференция и дифракция волн

Напомним сначала известные проявления волновых свойств «обычных» волн. Во-первых, оговоримся о терминологии:

- Интерференцией волн (интерференционными явлениями) называют круг физических явлений, проявляющихся в результате сложения волн от разных источников. Если в результате такого сложения амплитуда суммарной волны усиливается, то говорят об интерференционном максимуме, если амплитуда суммарной волны уменьшается — об интерференционном минимуме.
- Дифракцией волн (дифракционными явлениями) называют круг физических явлений, связанных с отклонением волны от прямолинейного распространения (для световых волн — с отклонением от законов геометрической оптики).

Это разделение не совсем строгое, является данью истории: явление дифракции может быть полностью описано, как интерференция вторичных волн, оба явления полностью включены в математический формализм описания распространения волн на языке линейного<sup>1</sup> волнового уравнения.

## Уравнение плоской волны. Фаза волны.

Волной называется закон изменения некоторой величины (физической или математической), когда в каждой точке пространства наблюдаются гармонические (по закону  $\sin \omega t$  или

<sup>1</sup> Ключевым для описания обоих явления является принцип суперпозиции: волны от разных источников могут быть рассмотрены независимо, наличие одной волны не влияет на распространение другой, а итоговая картина колебаний может быть представлена как простая сумма этих волн. Математически это является свойством линейного уравнения — если у такого уравнения есть два решения, то любая линейная комбинация этих решений будет решением. Пример такого уравнения мы встречали при разговоре о колебаниях маятника:  $y'' + \omega^2 y = 0$ . Это уравнение имеет два независимых решения  $\sin \omega t$  и  $\cos \omega t$ , но и любая их комбинация  $A \cos \omega t + B \sin \omega t$  будет решением.

$\cos \omega t$ ) колебания этой величины и «мгновенная фотография» этой величины также имеет вид гармонической функции координаты.

Одним из способов задать такую зависимость является уравнение:

$$y = A \times \cos(kx - \omega t + \phi_0) .$$

Здесь величина  $A$  называется амплитудой волны,  $\omega$  – циклической частотой,  $k$  — волновым числом (волновым вектором),  $\phi_0$  — начальная фаза волны<sup>2</sup>.

Комбинацию  $\phi(x, t) = (kx - \omega t + \phi_0)$  называют фазой волны. По свойствам косинуса колеблющаяся величина имеет одно и то же значение для всех пар  $(x, t)$ , для которых фаза отличается на число, кратное  $2\pi$ .<sup>3</sup> Про такие точки говорят, что в них колебания происходят *в фазе*. Наоборот, про точки в которых фаза отличается на  $\pi + 2\pi n$ , в которых значения колеблющихся величин отличаются знаком, говорят, что в них

Написанное нами уравнение называется уравнением плоской волны: так как колеблющаяся величина не зависит от других координат кроме  $x$ , то поверхность постоянной фазы может перемещаться только вдоль оси  $x$ .

Можно заметить, что  $\phi(x, t) = \phi(x + 2\pi/k, t) = \phi(x, t + 2\pi/\omega)$ . Это означает, что:

- на мгновенной фотографии значение колеблющейся величины повторяется через расстояние  $\lambda = 2\pi/k$ , это расстояние называют длиной волны;
- в произвольной точке значение колеблющейся величины повторяется через время  $T = 2\pi/\omega$ , это время называют периодом волны.

Наконец, изобразим две мгновенных фотографии волны через небольшой промежуток времени  $\delta t$ , например выбранного так, что  $\omega \delta t = \pi/5$  (рисунок 1). Видно, что картинка в последующий момент времени немного сместилась слева направо. Это смещение (например смещение максимума) является смещением поверхности постоянной фазы. Соответственно для его величины  $\delta x$  за время  $\delta t$  можно написать:

$$\begin{aligned} kx - \omega t &= k(x + \delta x) - \omega(t + \delta t) \\ k\delta x &= \omega\delta t \\ V_\phi &= \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \end{aligned}$$

Таким образом, скорость движения поверхности постоянной фазы (фазовая скорость волны) равна отношению циклической частоты и волнового числа.

Отсюда сразу следует, что уравнение  $y = A \times \cos(-kx - \omega t + \phi_0)$  тоже описывает плоскую волну, но распространяющуюся справа налево.

2 Напомним тригонометрическое тождество  $\cos(x + \pi/2) = -\sin x$ , так что начальная фаза волны позволяет описать как волну типа «чистого косинуса», так и волну типа «чистого синуса» и их любую комбинацию.

3 Напомним, что в физике и математике углы измеряются в радианах, а не в привычных градусах. Один радиан это угол, под которым из центра окружности видна дуга, длина которой равна радиусу. Полный угол  $360^\circ$  соответствует  $2\pi$  радиан, один радиан это примерно  $57^\circ$ .

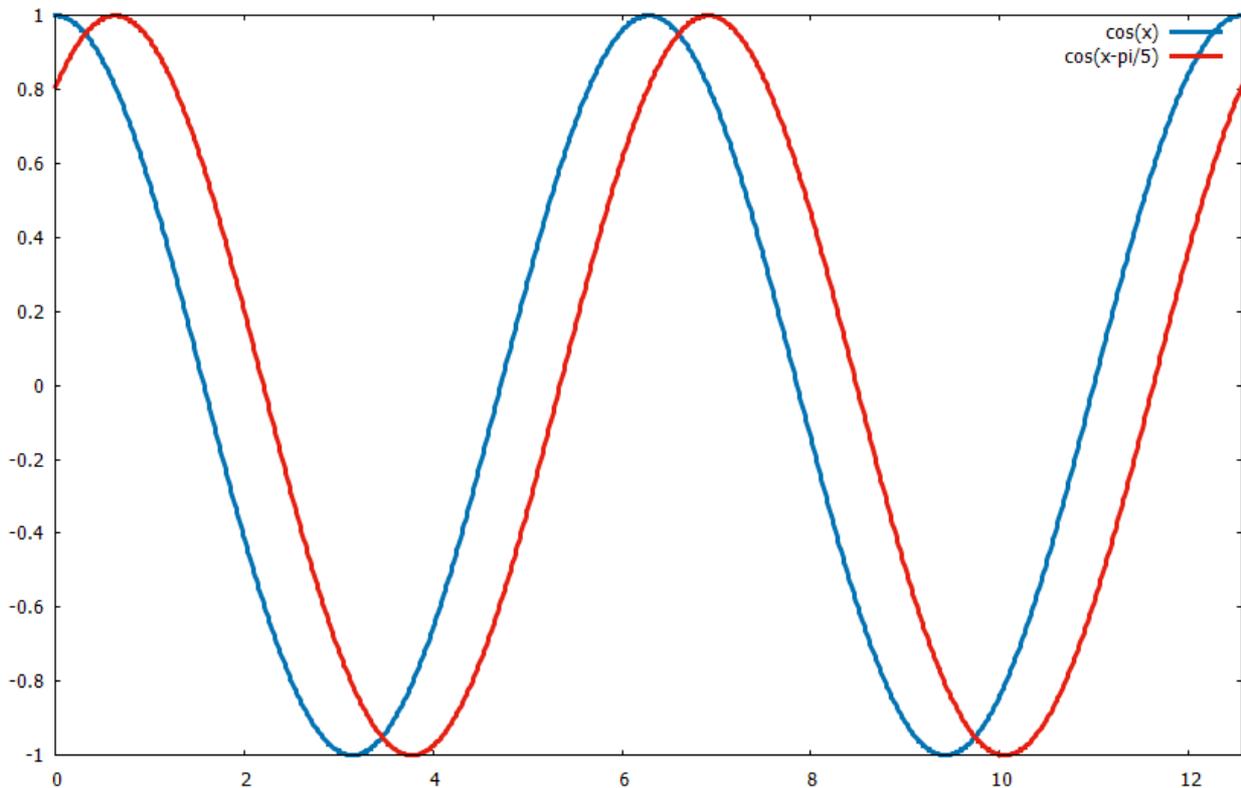


Рисунок 1: Две "мгновенных фотографии" волны с  $k=1$ . Синяя кривая:  $t=t_0$ , красная кривая:  $t=t_0+\delta t$   $\omega\delta t=\pi/5$

Отметим несколько дальнейших развитий математического формализма без доказательства:

- для волны, расходящейся во все стороны от точечного источника  $y=A(r)\times\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi_0)$ , зависимость амплитуды колебаний от расстояния  $A(r)$  для звуковых, механических или электромагнитных волн должна соответствовать закону сохранения энергии;
- математическая плоская монохроматическая волна неограничена во времени и пространстве;
- существует математическая теорема, что импульс произвольной формы можно представить в виде суперпозиции плоских волн (преобразование Фурье), причём для периодической зависимости с периодом  $T$  входящие в эту суперпозицию волны имеют частоты, кратные  $2\pi/T$  ( $\omega_n=n\omega=n\times\frac{2\pi}{T}$ ) (ряд Фурье);
- скорость распространения импульсов (скорость распространения *волнового пакета*) называется групповой скоростью  $V_{gp}=\frac{d\omega}{dk}$ .

Групповая скорость и фазовая скорость могут не совпадать, если связь частоты (энергии) и волнового вектора (импульса) нелинейна. Отметим также, что всем известное утверждение теории относительности о максимальной скорости передачи информации, равной скорости света в вакууме, относится к групповой скорости (передача информации это по смыслу передача импульсов). Фазовая же скорость может быть произвольна и быть больше скорости

света (это имеет место, например, для электромагнитных волн рентгеновской части спектра в веществе).

## Интерференция электромагнитных волн: цвета тонких плёнок

С интерференцией электромагнитных волн мы сталкиваемся довольно часто — одним из примеров является радужная окраска мыльных пузырей (см., например, [2]) или масляных пятен (см., например, [3]) на поверхности воды (рисунок 2).

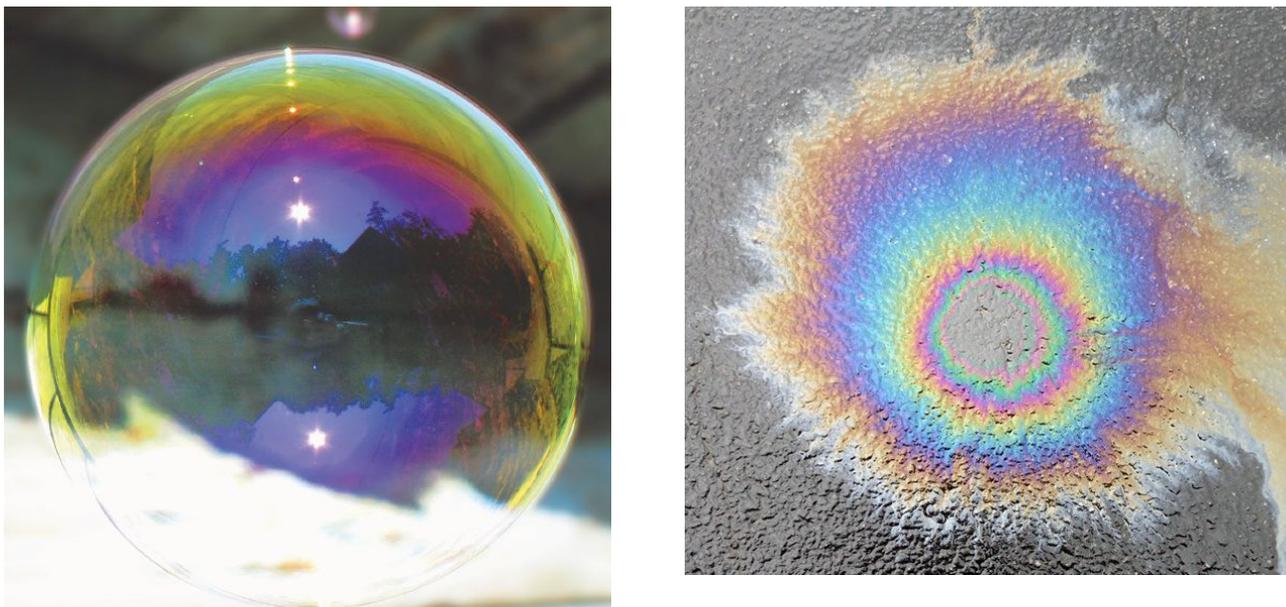


Рисунок 2 Слева: окраска мыльного пузыря, из статьи [2]. Справа — масляная плёнка на асфальт, с сайта [3].

Объяснением такой окраски является интерференция волн, отражённых тонкой плёнкой на её передней и задней границах (рисунок 3).

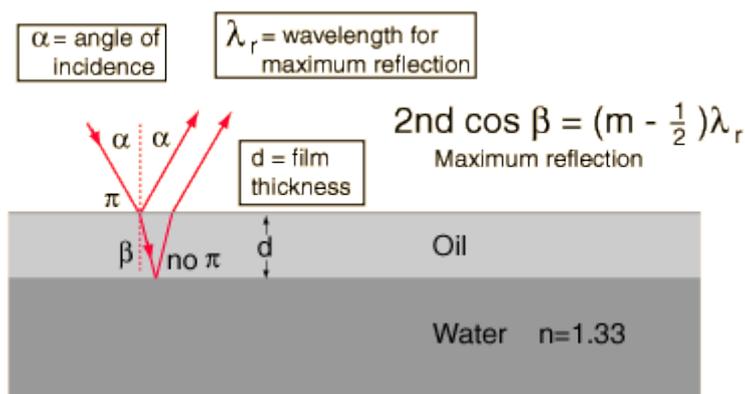


Рисунок 3: К вычислению разности хода волн при интерференции на тонкой плёнке. С сайта [3].

Если для какой-то длины волны (для какого-то цвета) эти волны складываются в фазе, то отраженная волна усиливается, если складываются в противофазе — отражённая волна ослабляется.

В оптике есть дополнительный нюанс: если волна отражается от оптически более плотной среды (от среды с большим коэффициентом преломления), то отраженная волна приобретает дополнительную фазу  $\pi$ , а если отражение происходит от оптически менее плотной среды, то этой дополнительной фазы не возникает.

В простейшем случае нормального падения на плёнку толщиной  $d$  для случая плёнки масла на поверхности воды  $n_{\text{масла}} > n_{\text{воды}}$  (рисунок 3) разность фаз, для волн отражённых на разных границах плёнки равна<sup>4</sup>:

$$\delta = \pi - 2d \times \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{масла}} .$$

Отражённые волн будут в фазе, если  $\delta = 2\pi N$ , т.е. для длин волн  $\lambda = \frac{2d n_{\text{масла}}}{N + 1/2}$ , и тогда мы будем видеть яркую окраску соответствующего цвета (из-за ограничения спектральной чувствительности глаза только одна из возможных длин волн может попасть в видимый диапазон). Наоборот, если  $\delta = \pi + 2\pi N$ , то волны будут в противофазе и отражение будет гаситься. Такое подавление отражения активно используется в фотографической и наблюдательной оптике — это так называемое просветление оптики.

Другим примером интерференции в оптике является яркая окраска бабочек, тропических птиц и ряда растений [4][5] (рисунок 4).

---

4 В среде с показателем преломления  $n$  фазовая скорость электромагнитных волн и длина волны в  $n$  раз меньше, чем в вакууме.

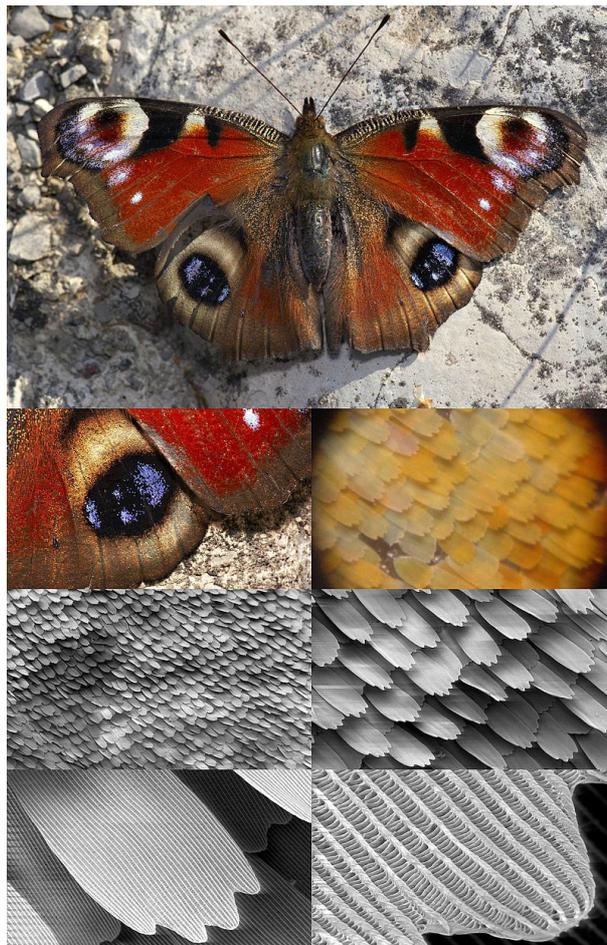


Рисунок 4 Слева: фрагмент хвостового оперения павлина. Справа: крылья бабочки под большим увеличением имеют структуру регулярно расположенных чешуек, при расстоянии между слоями чешуек равно половине длины волны отражённый свет имеет окраску на этой длине волны. С сайта [5].

### Дифракция электромагнитных волн: дифракционная решётка

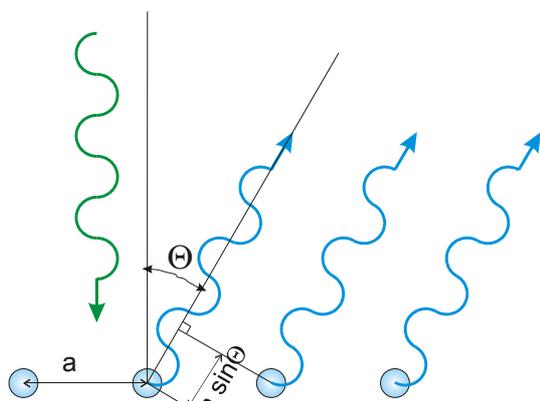


Рисунок 5: К выводу условия дифракции.

Рассмотрим плоскую волну, падающую на периодическую структуру (рисунок 5). Для оптических волн эта структура может представлять из себя последовательность отражающих и неотражающих полосок (или по разному отражающих полосок). Такую структуру называют дифракционной решёткой.

Период этой структуры (расстояние между эквивалентными полосками) равен  $a$ . Падающая волна вынуждает колебания электронов в материале структуры, эти колебания оказываются источниками вторичных волн. Очевидно, что в представленной на рисунке геометрии нормального падения все вторичные волны испускаются в фазе.

Можно заметить, что существуют некоторые направления, при движении вдоль которых

вторичные волны от всех источников окажутся в фазе<sup>5</sup>. Это означает, что именно в этих направлениях будут распространяться рассеянные структурой волны.

Условие на угол  $\Theta$  (под которым распространяются эти волны)  $a \sin \Theta = n \lambda$  (см. рисунок 5).

Отсюда следует важное для многих оценок утверждение, что при прохождении через отверстие размером  $D$  пучок волн начинает расходиться на угол порядка  $\lambda/D$ . Это ограничение, например, ограничивает параллельность пучка лазера или угловое разрешение телескопов. Отсюда же следует, что дифракционные явления очень слабы, когда размер препятствия велик по сравнению с длиной волны и становятся очень заметны, если размер препятствия порядка длины волны.

## Опыт Юнга: дифракция на двух щелях

Для наблюдения интерференции важно, чтобы складываемые при интерференции волны имели постоянный (не меняющийся во времени) сдвиг фазы — только тогда интерференционные максимумы и минимумы формируют стабильную картину. Одним из способов добиться этого является интерференция вторичных волн, вызванных одним точечным источником. Это классическая форма оптического опыта: опыт Юнга.

Этот опыт был поставлен английским физиком Томасом Юнгом в начале 19 века и играл важную роль в признании волновых свойств света.<sup>6</sup> Схема этого опыта [6] показана на рисунке

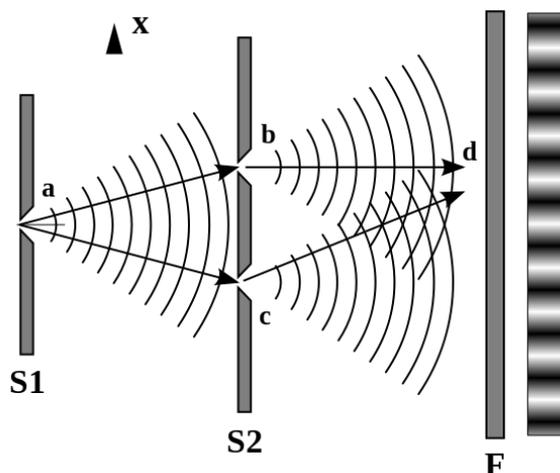


Рисунок 6: Схема опыта Юнга. С сайта [6].

В историческом варианте опыта использовалось два экрана: в первом была одна узкая щель, играющая роль точечного источника света, а во втором две близко расположенные щели. В современных условиях опыт может проведён «в домашних условиях» с помощью лазерной указки. В этом случае первый экран не нужен, а в качестве второго экрана с щелями можно использовать плотную фольгу, в которой острым лезвием прорезано две параллельных щели на расстоянии меньше миллиметра либо проткнуто иголкой два отверстия.

<sup>5</sup> То есть, мы рассматриваем интерференцию вторичных волн от периодически расположенных источников вторичных волн.

<sup>6</sup> Другим известным вкладом Юнга в историю науки являются его работы по упругости материалов. Характеристика упругости материалов, называемая *модуль Юнга*, названа в его честь.

Неожиданным результатом этого опыта является то, что на экране наблюдается периодическая система светлых и тёмных полос при наблюдении в монохроматическом свете или «радужная» картина при наблюдении в белом свете [7].

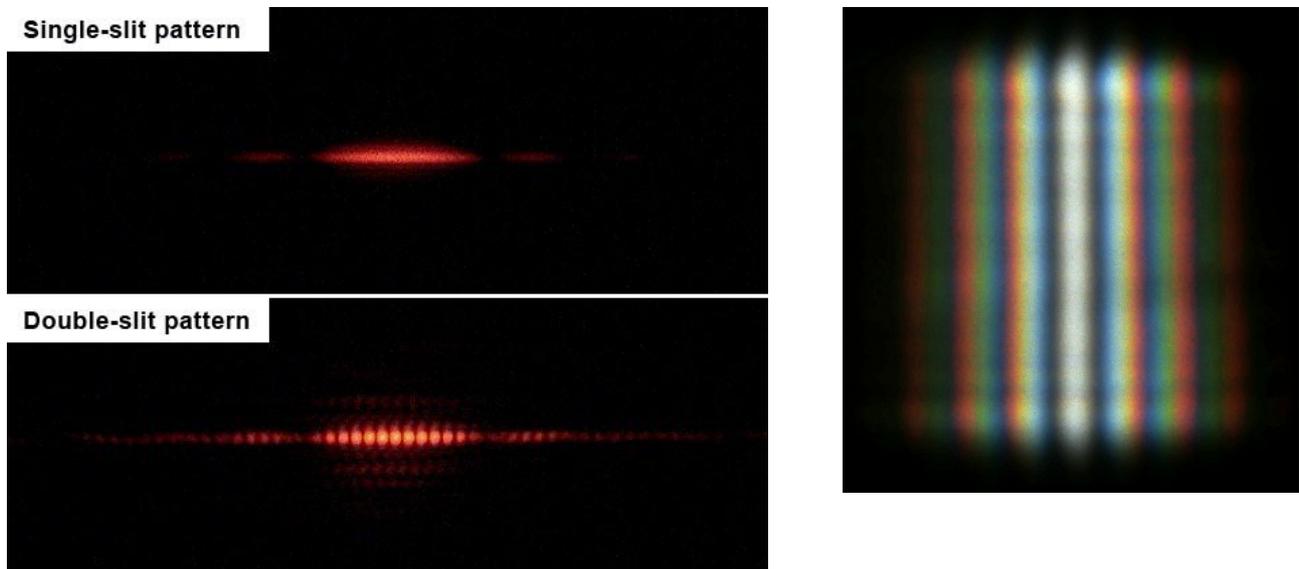


Рисунок 7 Слева: дифракция монохромного излучения (красный лазер) на одной щели (сверху) и на двух щелях на расстоянии 0.7 мм друг от друга. Справа: дифракция белого света в опыте с двумя щелями. С сайта [7].

Если  $L$  – расстояние от экрана с двумя щелями до экрана, на котором наблюдается картина интерференции, а  $2d$  — расстояние между щелями, то в точке на экране, находящейся на расстоянии  $x$  от оси симметрии разность хода волн от первой и второй щели

$$\delta = \sqrt{L^2 + (d+x)^2} - \sqrt{L^2 + (d-x)^2} = L \left( 1 + \left( \frac{d+x}{L} \right)^2 \right)^{1/2} - L \left( 1 + \left( \frac{d-x}{L} \right)^2 \right)^{1/2} \approx 2 \frac{d x}{L} .$$

Максимумы интенсивности наблюдаются для  $\delta = n\lambda$ , т.е. на расстояниях  $x_n = n \frac{L\lambda}{2d}$ .

Для длины волны видимого света 500 нм, при расстоянии между щелями  $2d = 0.5$  мм и расстоянии до экрана 1 метр расстояние между максимумами будет равно 1 мм.

## Стоячие волны

Ещё одним важным проявлением волновых свойств света является формирование стоячих волн. Если поставить параллельно друг другу два зеркала, то между ними может формироваться не смещающаяся в пространстве (но осциллирующая во времени) волна, если расстояние между зеркалами равно целому числу полуволен  $L = n\lambda/2$ .

Такая стоячая волна является результатом интерференции волн распространяющихся слева направо и справа налево<sup>7</sup>:

$$y = A \times \cos(kx - \omega t) + A \times \cos(-kx - \omega t) = 2A \times \cos(\omega t) \cos(kx) .$$

Высокая чувствительность формирования стоячих волн и расстояния между зеркалами

<sup>7</sup> Напомним тождество  $\cos(x) + \cos(y) = 2 \cos((x+y)/2) \cos((x-y)/2)$

используется в различных точных оптических приборах — интерферометрах.

Однако наиболее знакомым нам примером формирования стоячей волны является обычная микроволновая печь [8] (рисунок 8).

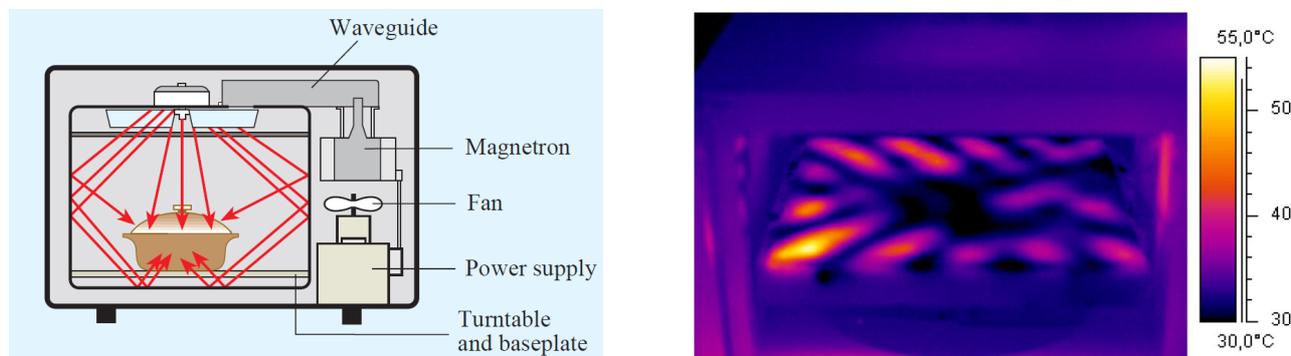


Рисунок 8 Слева: схема микроволновки. Справа: полученная инфракрасной камерой изображение нагрева плёнки воды на стеклянной пластине на высоте 8 см от дна камеры микроволновки. Из статьи [8].

Микроволновая печь работает на частоте излучения 2.45 ГГц, что соответствует длине волны 12.23 см. Стенки внутреннего объёма микроволновой печи сделаны из металла, который отражает электромагнитные волны. В результате в полости микроволновки возникает трёхмерная картина стоячих волн (мы использовали представление о стоячих волнах в полости при подсчёте числа мод в задаче об излучении абсолютно чёрного тела). Поглощение этих электромагнитных волн приводит к нагреву еды в микроволновке, а для того, чтобы этот нагрев был более равномерным приходится вращать разогреваемую еду на столике (в противном случае тёплыми были бы только те области, где имеется пучность стоячих волн).

## Дифракция частиц

Вспомнив основные свойства электромагнитных волн, перейдём теперь к описанию экспериментов, в которых проявляются волновые свойства частиц.

Одно из удивительных следствий гипотезы де Бройля — это предсказание о возможности дифракционных явлений в мире микрочастиц. Чтобы понять, о каких по величине эффектах идёт речь рассмотрим наиболее удобную в обращении частицу — электрон. Удобство здесь заключается в том, что электрон (даже при технике 20-х — 30-х годов XX века) достаточно легко получить и контролируемо ускорить. Оценим дебройлевскую длину волны для электрона, прошедшего разность потенциалов 100 кВ:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5}} \approx 4 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 0.04 \text{ \AA} .$$

Как мы помним из волновой оптики, дифракционные явления проявляются, когда период дифракционной решётки оказывается достаточно близок к длине волны. Наблюдение больших порядков интерференции всегда сопряжено с техническими сложностями. Поэтому, для проверки этого следствия теории де Бройля необходимо найти подходящую дифракционную решётку. Таковую решётку природа предоставляет сама в виде

многочисленных кристаллов — типичное расстояние между атомами в кристалле составляет несколько ангстрем, периодическое расположение атомов соответствует всем требованиям оптики к дифракционной решётке. Поэтому искать следы дифракции естественно при рассеянии частиц на кристаллах.

Отметим также для создания исторически непротиворечивой картины, что структуру кристалла можно независимо определить в опытах по дифракции рентгеновского излучения.

## Опыты Дэвиссона-Гермера.

Описание опытов Дэвиссона-Гермера приводится здесь по нобелевской лекции С.Дж.Дэвиссона (Нобелевская премия 1937 года) [9]. Опыты проводились в 1926 — 1927 году в исследовательской лаборатории компании Белл (Bell Telephone Laboratories) в Нью-Йорке.

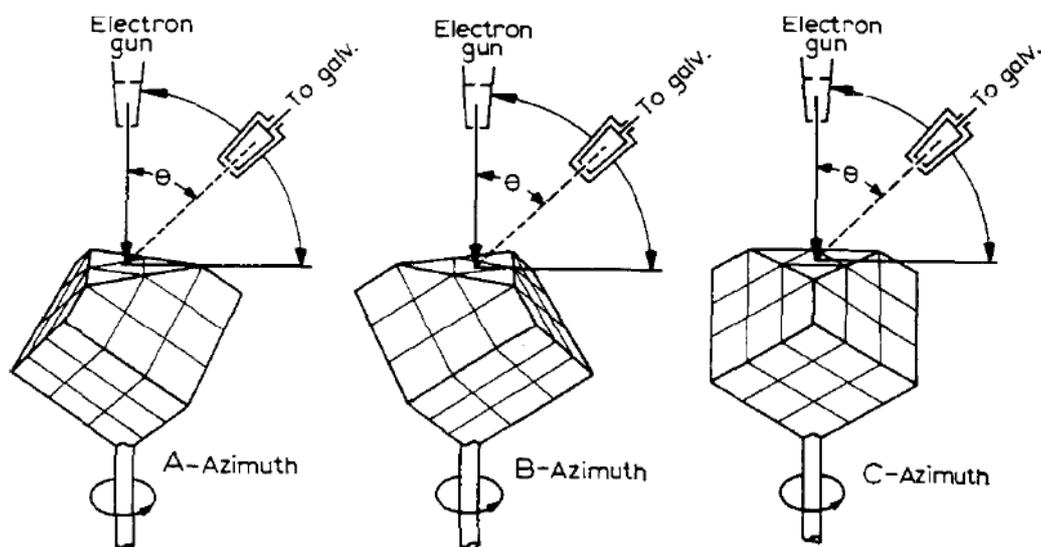


Fig. 1. Schematic diagram showing disposition of primary beam, nickel crystal, and collector. Crystal shown revolved to bring one principal azimuth after another into plane of observation.

Рисунок 9: Схема опыта Дэвиссона. По нобелевской лекции [9].

Схема опыта показана на рисунке 9. Электроны из пушки направлялись на четко определённую грань кристалла никеля. Рассеянные электроны попадали на детектор. В зависимости от ускоряющего напряжения пушки максимум рассеяния оказывался под разными углами к падающему пучку (рисунок 10).

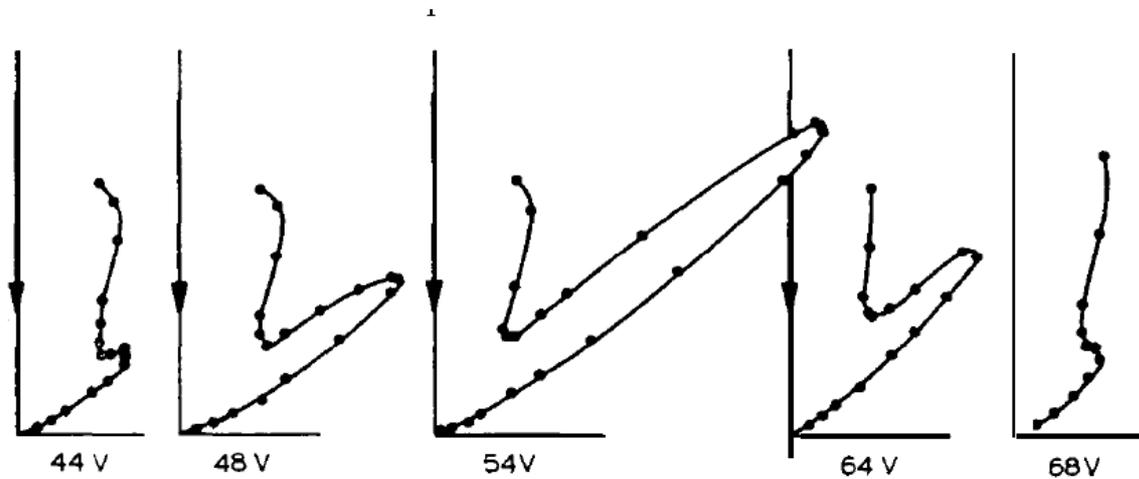


Fig. 2. Polar diagram showing intensity of elastic scattering in A-azimuth (Fig. 1) as function of latitude angle, for series of primary-beam voltages.

*Рисунок 10: Угловые диаграммы тока рассеянных электронов при разных значениях ускоряющего напряжения. Из нобелевской лекции [9].*

Начиная исследование с малых углов отклонения, как делали Дэвиссон и Гермер, можно определить порядок дифракции, а зная расстояние между центрами рассеяния (то есть расстояние между атомами в кристалле, определяемое по рентгеновской дифракции) определить дебройлевскую длину волны.

Теория де Бройля связывает длину волны с импульсом — то есть со скоростью и энергией электрона:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{12.25 \text{ \AA}}{\sqrt{U[B]}} , \text{ где } U \text{ — ускоряющая разность потенциалов в пушке.}$$

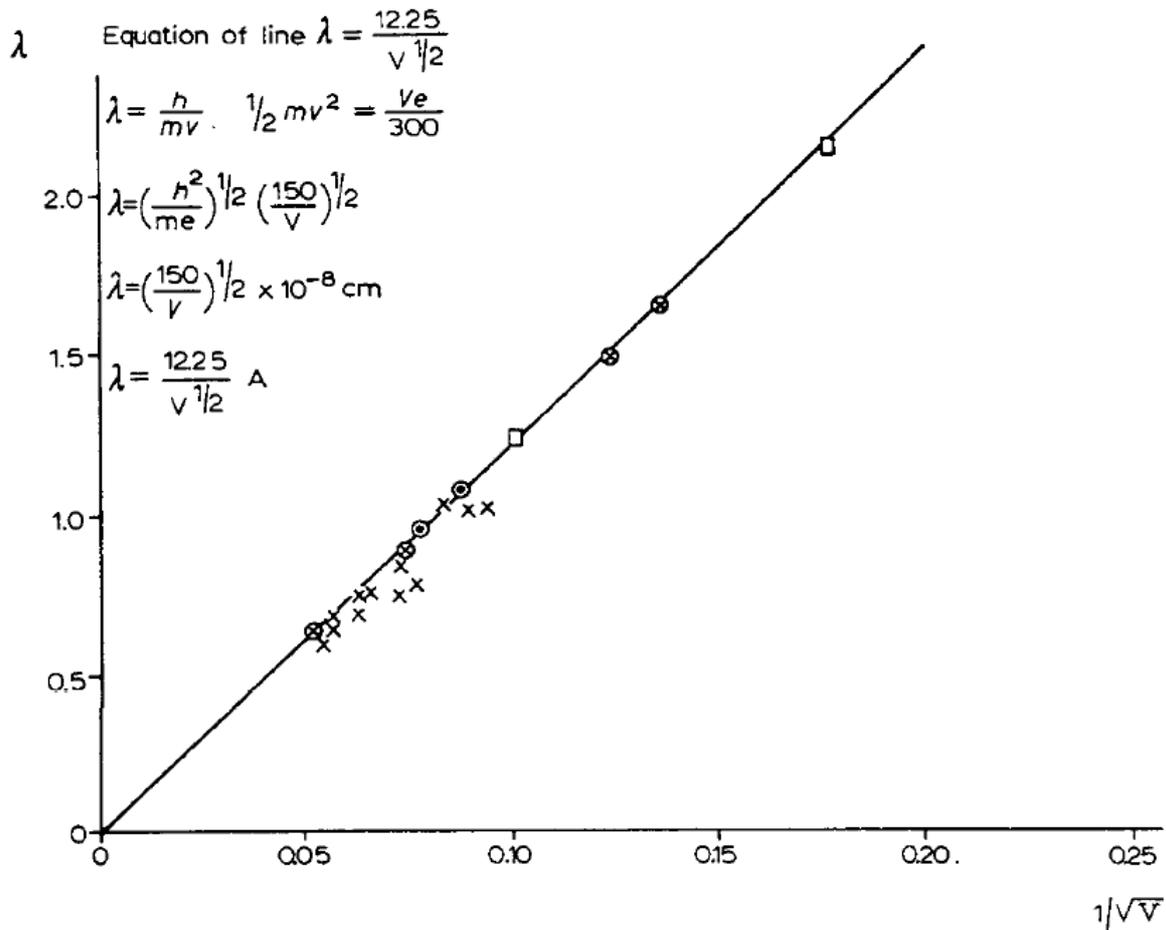


Fig. 4. Test of the de Broglie formula  $\lambda = k/p = h/mv$ . Wavelength computed from diffraction data plotted against  $1/\sqrt{V}$ , ( $V$ , primary-beam voltage). For precise verification of the formula all points should fall on the line  $\lambda = 12.25/\sqrt{V}$  plotted in the diagram. (x From observations with diffraction apparatus; o same, particularly reliable; □ same, grazing beams. o From observations with reflection apparatus.)

Рисунок 11: Определённая из опытов Дэвиссона и Гермера зависимость дебройлевской длины волны электрона от ускоряющего напряжения. Символами отмечены результаты различных экспериментов — теоретическая зависимость. Из нобелевской лекции [9].

Экспериментальные результаты (рисунок 11) полностью подтвердили эту модель: вычисленная из угла рассеяния длина волны де Бройля оказывается обратно пропорциональна корню из ускоряющего напряжения, а коэффициент пропорциональности соответствует постоянной Планка. За экспериментальное обнаружение дифракции электронов С.Дж.Дэвиссону была присуждена Нобелевская премия по физике 1937 года (1/2 премии). (Л.Х.Гермер участвовал только в части этой работы, из-за чего, видимо, не был включён в число лауреатов).

## Опыт Томсона.

Другая постановка опыта по дифракции электронов была осуществлена Дж.Томсоном в Университете Абердина, в Великобритании. Интересно отметить, что Джордж Пагет Томсон был сыном другого великого английского физика и нобелевского лауреата Дж.Дж.Томсона.<sup>8</sup>

Томсон исследовал [10] прохождение катодных лучей (то есть пучка электронов) через тонкую пластинку. В его опытах использовалась целлулоидная пластинка толщиной 30 нм. На расстоянии 10 см за пластинкой ставилась фотопластинка. Целлулоидная пластинка облучалась пучком быстрых (по сравнению с опытами Дэвиссона) электронов: ускоряющая разность потенциалов составляла около 3.9 – 16.5 кВ. Прошедший пучок регистрировался фотопластинкой: помимо яркой засветки в направлении пучка возникало «гало» (рисунок 12).

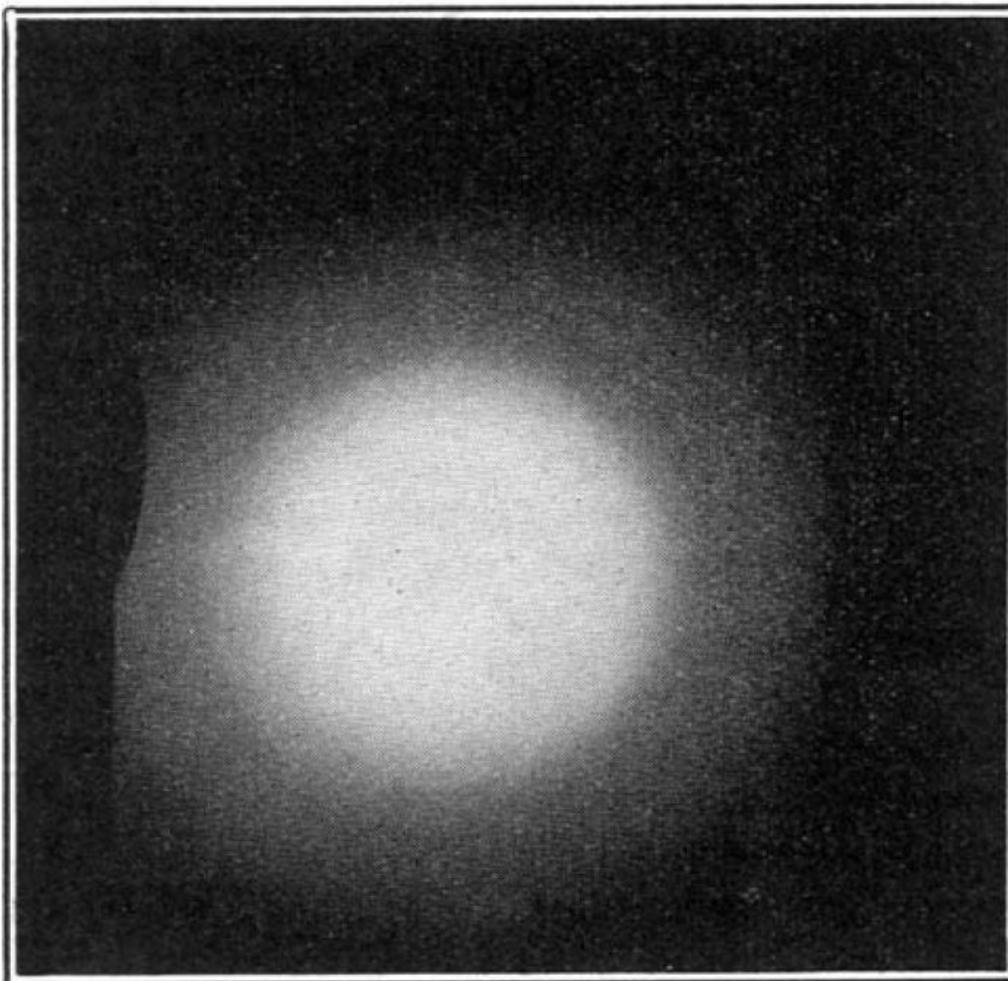


Рисунок 12: Результат первых опытов Томсона по дифракции электронов. Из статьи [10].

Анализ этого ореола (подсчёт под микроскопом засвеченных зёрен пластинки и учёт отдельно изученной зависимости засветки пластинки от интенсивности электронного пучка) позволил Томсону выделить несколько колец (3 — 4) вокруг центрального пятна,

<sup>8</sup> В истории науки есть несколько примеров «семейных династий» нобелевских лауреатов. Это семейство Кюри, отец и сын Томсоны и отец и сын Бор, отец и сын Брэгг, С.Чандрасекар и Ч.Раман (племянник и дядя).

соответствующего прямому прохождению пучка без рассеяния.

Дальнейшие эксперименты [11] на других материалах позволили получить более явные изображения дифракционных колец (рисунок 13)



FIG. 4.—Gold.



FIG. 5.—Celluloid.

Рисунок 13: Дифракционные кольца в последующих опытах Томсона. Слева: на золотой фольге, справа: на целлулоиде. Из статьи [11].

Наблюдаемая дифракционная картина отличается от картины в опытах Дэвиссона и Гермера (рисунок 10). Это отличие связано с существенным различием энергии электронов в этих опытах: в опытах Дэвиссона энергия электрона составляла несколько десятков электронвольт, в то время как в опытах Томсона — около 10 кэВ. Поэтому длина волны де

Бройля для электронов в опытах Томсона была меньше  $\lambda = \frac{12,25 \text{ \AA}}{\sqrt{E [\text{эВ}]} } \sim 0,1 \text{ \AA}$ . Поэтому и

углы отклонения в этом опыте небольшие (напомним, что при дифракции на структуре с размером  $d$  угол отклонения  $\Theta \sim \frac{\lambda}{d}$ ). Возникновение же колец связано с наличием в

исследуемых плёнках или фольгах множества разориентированных кристаллитов. Некоторые из кристаллитов оказываются повернуты так, что на них для фиксированной в эксперименте дебройлевской длине волны наблюдается дифракционный максимум в каком-то направлении. В силу случайности ориентаций кристаллитов найдутся кристаллиты повернутые вокруг оси падающего пучка, для которых условие дифракции также выполнено. В результате картина дифракции получается в виде семейства концентрических колец.

За эти работы по дифракции электронов Дж.П.Томсон стал вторым лауреатом Нобелевской премии по физике 1937 года (1/2 премии).

## Опыт типа опыта Юнга: интерференция электрона «самого с собой»

В рассмотренных опытах Гермера и Томсона по дифракции электронов электронные пучки были достаточно интенсивными. Интерес представляет проведение эксперимента с пучком очень малой интенсивности, когда электроны пролетают мимо дифракционной решётки по одиночке. Из-за наличия электрического заряда (величины строго сохраняющейся) такой одинокий электрон является чётко контролируемым объектом — при достаточно слабом токе я могу быть уверен, что вероятность пролёта нескольких электронов за малое время наблюдения очень мала. Будет ли в таких условиях электрон вести себя как частица или как волна?

Идея этого эксперимента была сформулирована в 1965 году Ричардом Фейнманом, его первая проверка была выполнена итальянскими физиками Мерли, Мисироли и Поцци в 1976 году [13] и была многократно повторена разными группами [14] (“Hitachi experiment”, также см. видеоролик [15]), [16], [17]. В 2002 году читатели журнала *Physics World* признали эксперимент Мерли, Мисироли и Поцци «самым красивым экспериментом в физике всех времён» [12].<sup>9</sup>

Схема опыта Мерли, Мисироли и Поцци [13] и опыта Тономуры и др. [14] были примерно одинаковы, мы опишем опыт по работе Тономуры (рисунок 14). Ключевым элементом была электронная бипризма — тонкая проволочка (около полумикрона в диаметре), на которую можно было подать положительное напряжение относительно окружающих её электродов. Тогда возникающее электрическое поле притягивает к проволочке пролетающие мимо электроны и области слева и справа от проволочки играют, грубо говоря, роль двух щелей в опыте Юнга.<sup>10</sup> Электроны в опытах Тономуры ускорялись до энергий 50 кэВ (дебройлевская длина волны 0.054 Å), ток электронов в пучке после отбора электронов на управляющих электродах («линзах») составлял  $1.6 \times 10^{-16}$  А, то есть на бипризму попадало всего около 1000 электронов в секунду, что позволяло регистрировать прибывающие на позиционно чувствительный детектор электроны индивидуально.

---

9 Перечислим всю десятку из этого списка самых красивых экспериментов [12] (естественно, как во всяком споре о красоте со времён Трои, этот список субъективен): дифракция одиночного электрона в опыте Юнга (Мерли и др.), опыты Галилея по падению тел, опыт Милликена по определению заряда электрона (опыт с каплей масла), разложение солнечного света призмой (Ньютон), опыты Юнга по интерференции света, опыты Кавендиша по измерению гравитационного притяжения, определение размера Земли Эратосфеном, опыты Галилея по скатыванию шаров, открытие ядра в опытах Резерфорда, маятник Фуко.

10 Точнее, получившийся электростатический прибор действует на электронный пучок также как на световой пучок действует бипризма Френеля — из одного пучка формируется два скрещенных.

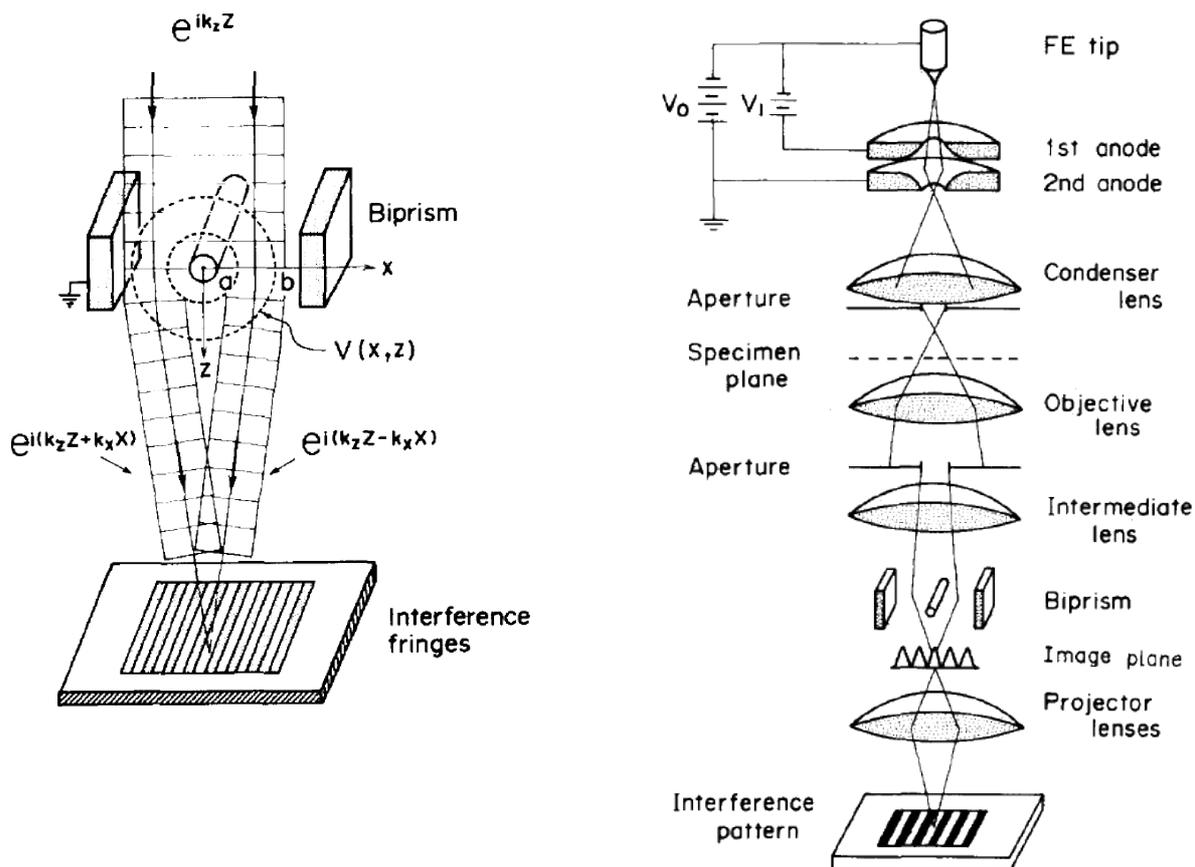


Рисунок 14 Схема опыта по наблюдению интерференции одиночных электронов. Слева: электронная бипризма. Справа: схема установки с остальными управляющими элементами. Из статьи [14].

Результаты эксперимента показаны на рисунке 15. Видно, что, хотя электроны и пролетали по установке по одному, после накопления достаточной статистики на детекторе формируется картина интерференционных полос, аналогичная результатам оптического опыта Юнга (рисунок 7). Это означает, что волновые свойства частиц присущи и отдельной частице! Интерференция частиц не есть интерференция друг с другом различных частиц — это интерференция частицы «самой с собой».



*Рисунок 15 Суммарная картина распределения электронов на детекторе после накопления статистики по 70000 электронов. Из статьи [14].*

## **Опыты Рамзауэра-Таунсенда: определение размера атома**

Немецкий физик Карл Рамзауэр и британский физик Джон Таунсенд в начале 20-х годов прошлого века независимо обнаружили, что при пропускании низкоэнергетичных электронов (электронов, ускоренных разностью потенциалов в несколько вольт) через разреженный газ электроны рассеиваются на молекулах газа. Это рассеяние (изменение направления распространения электронов) естественно в классической картине, где электроны и атомы — это «шарики». Поэтому возникновение связанного с этим рассеянием электрического сопротивления, ограничивающего электрический ток между катодом и анодом, довольно естественно. В этой классической картине ток между анодом и катодом должен плавно увеличиваться с ростом прилагаемого напряжения, так как ускоряемые электрическим полем электроны начинают двигаться быстрее и быстрее переносят заряд.

Однако на эксперименте (например, [18]) оказалось, что зависимость тока от напряжения немонотонна. Более того, при некотором значении ускоряющего напряжения ток резко возрастает — как будто электроны перестают рассеиваться на атоме, атомы становятся «прозрачными» для электронов (рисунок 16).

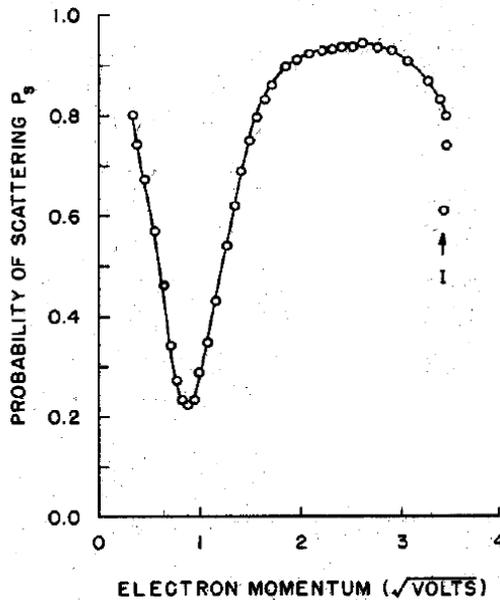
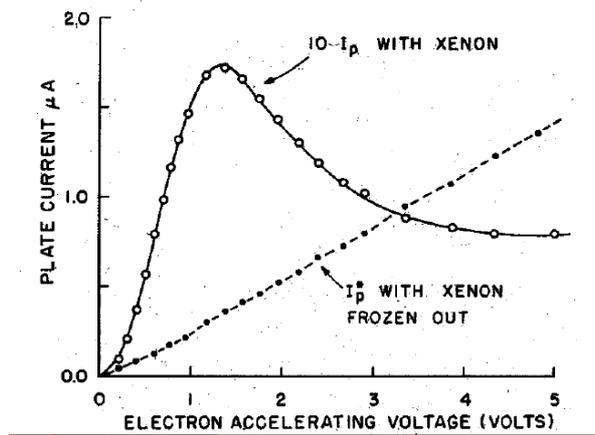
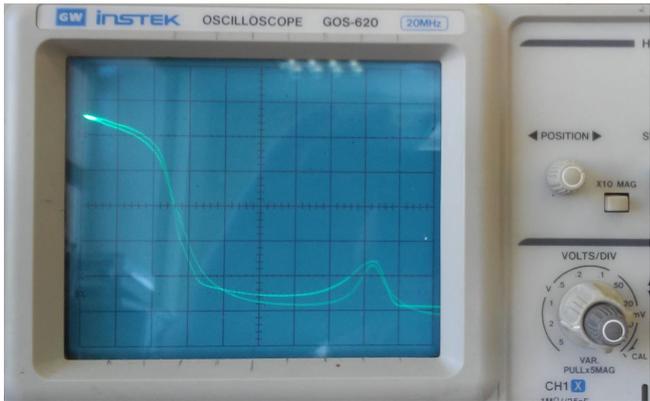


Рисунок 16 Наблюдение эффекта Рамзауэра-Таунсенда. Верхний ряд: вольт-амперные характеристики наполненной ксеноном лампы. Слева — лабораторная работа МФТИ, фото автора, справа — из работы [18]. Нижний ряд: рассчитанная по измеренной вольт-амперной характеристике вероятность рассеяния электрона на атоме, из работы [18].

Эта прозрачность может быть естественным образом объяснена при учёте волновых свойств электрона — она оказывается аналогична явлению просветления оптики, используемому для уменьшения бликов на объективах и даже стёклах очков: если покрыть стекло тонкой плёнкой, толщина которой подобрана так, что световые волны, отраженные от границы воздух-плёнка и от границы плёнка-стекло сложатся в противофазе, то отражённая от оптической системы волна будет подавлена. Для этого необходимо, чтобы разность хода этих двух волн составила половину длины волны.

Не вдаваясь в расчёты мы можем тогда для грубой оценки заметить, что наблюдаемое при ускоряющем напряжении около 1.5В (рисунок 16) «просветление» газа для электронных волн должно наблюдаться, если длина волны электрона окажется порядка атомного размера. Это позволяет ещё раз независимо измерить размер атома:

$$l \sim \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 10^{-30} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.5}} \approx 10^{-9} \text{ м} = 10 \text{ \AA}$$

То есть, опять получаем размер атома порядка нескольких ангстрем.

## Дифракция нейтронов.

Вкратце остановимся на дифракции нейтронов. Нейтрон, как известно, частица нейтральная, поэтому в отличие от электронов он взаимодействует не с электронными оболочками атомов, а с ядрами (или, за счёт своего магнитного момента с магнитным моментом атома). Поэтому взаимодействие нейтронов с веществом слабее, что позволяет использовать в качестве более «щадящего» метода при исследовании структуры вещества. Кроме того, из-за большей массы нейтрона, при том же импульсе (и той же дебройлевской длине волны) энергия нейтрона почти в 2000 раз меньше энергии электрона.

Основы методики рассеяния нейтронов были разработаны Э.Волланом и К.Г.Шулом в конце 40-х годов 20 века. Развитие этой техники стало возможно благодаря появлению атомных реакторов, дающих стабильный поток нейтронов, так как из-за слабости взаимодействия нейтронов с веществом требуются потоки нейтронов большой интенсивности. В настоящее время дифракция нейтронов является одним из мощных инструментов изучения в физике твёрдого тела. К.Шулу была присуждена Нобелевская премия по физике 1994 года (1/2 премии).

Не вдаваясь в подробности метода<sup>11</sup>, приведём здесь несколько примеров нейтронных дифрактограмм из первых опытов [19].

<sup>11</sup> Практическая реализация нейтронной дифракции требует достаточно сложных технических ухищрений, выходящих за рамки этого курса. Отметим здесь лишь некоторые проблемы. Во-первых, для дифракции

нужны медленные нейтроны: дебройлевская длина волны нейтрона  $\lambda_n = \frac{\hbar}{p_n} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_n E}} \approx \frac{9 \text{ \AA}}{\sqrt{E[\text{мэВ}]}}$  и

длине волны в несколько ангстрем отвечает энергия нейтрона в несколько *миллиэлектронвольт*, в то время как в реакторах образуются нейтроны с энергией в десятки *мегаэлектронвольт*. Поэтому необходимо затормозить нейтроны, образующиеся в реакторе, что не так просто для нейтральной частицы. В силу всё той же нейтральности в ходе пути от реактора к исследуемому образцу и к детектору «полётом» нейтронов трудно управлять и большая часть нейтронов просто теряется (поглощается в окружающей экспериментальную установку радиационной защите). Наконец, и само детектирование нейтральной частицы сложнее, чем детектирование электронов. В результате для постановки опытов по нейтронной дифракции создаются специализированные (часто международные) научные центры, в которые для проведения исследований приезжают учёные со всего мира. Таких центров мирового уровня существует несколько десятков, примером является Институт Лауэ и Ланжевена во французском Гренобле [20].

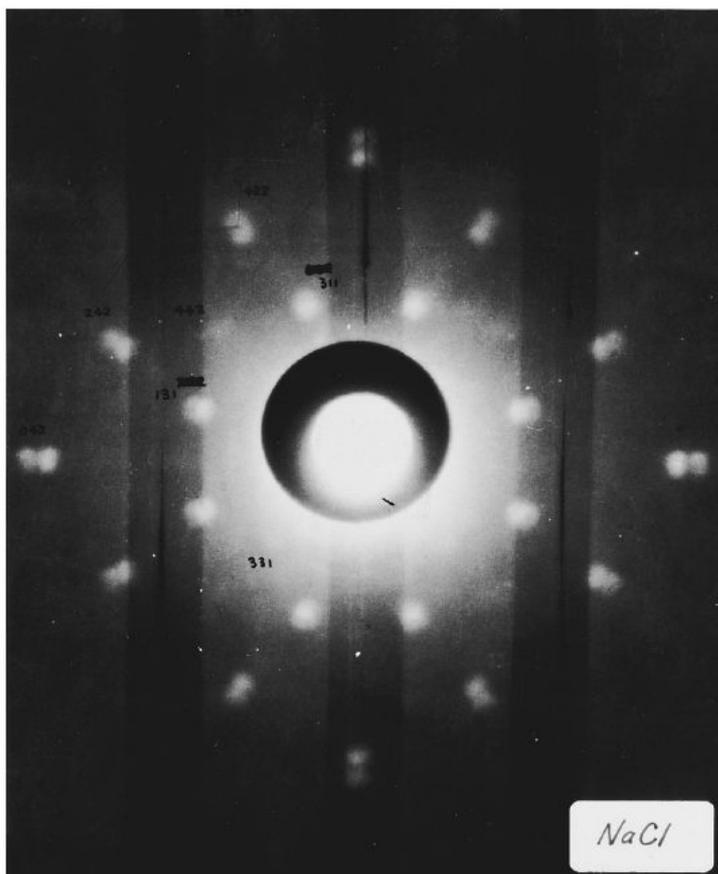


Рисунок 17: Картина дифракции монохроматических (с точно определённой энергией) нейтронов на монокристалле поваренной соли. Симметрия картины дифракционных максимумов отражает кубическую симметрию кристалла NaCl. Из статьи [19].

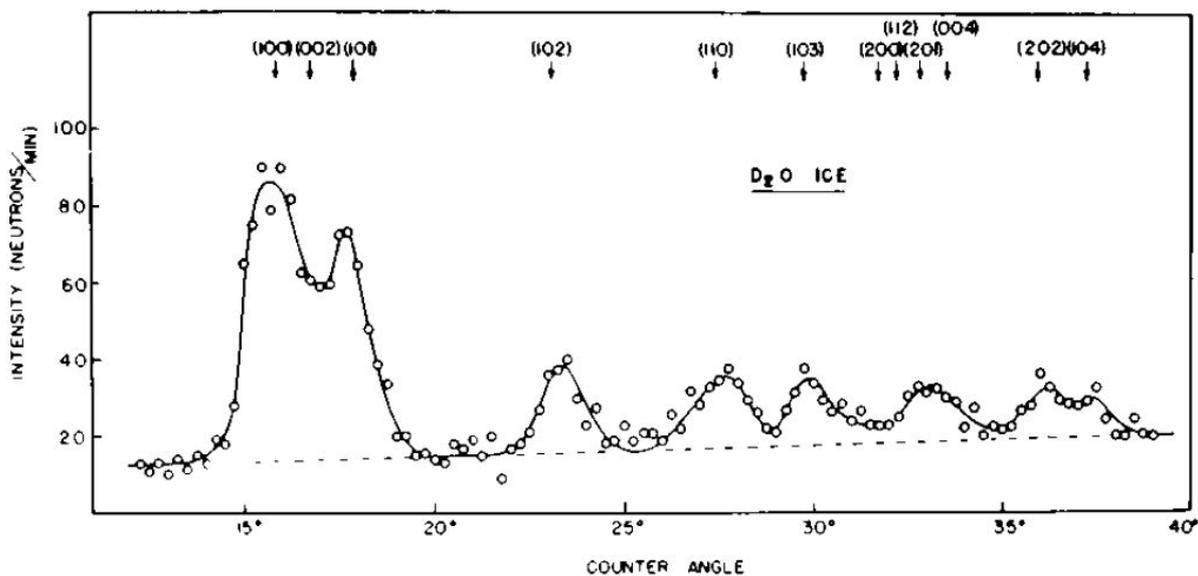


Рисунок 18: Зависимость интенсивности рассеянного пучка нейтронов от угла дифракционного отклонения для поликристалла тяжёловодного льда  $D_2O$ . Из статьи [19].