

NATIONAL RESEARCH
UNIVERSITY

Майнор "Мир глазами физиков"

Весна 2019

Введение в квантовую физику

Лекция 11:

Макроскопические квантовые

явления I:

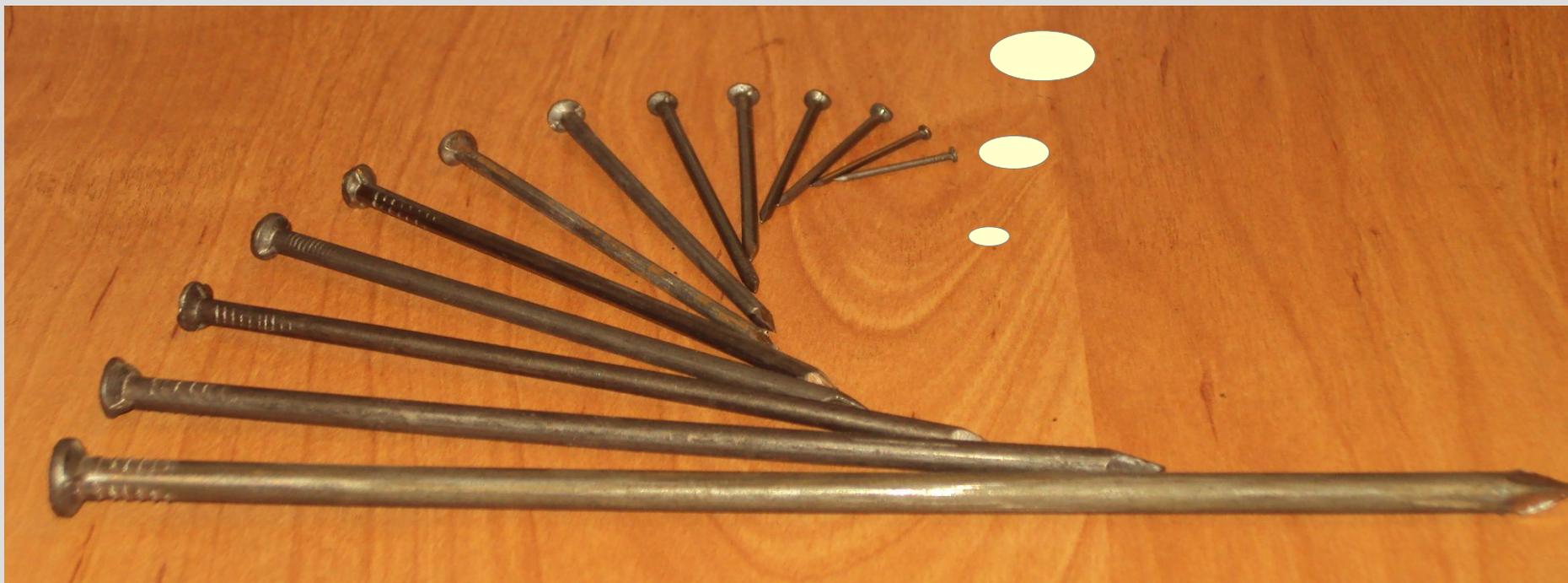
ферми-газ в металлах,

свертекучесть,

сверхпроводимость

О металлах...

квантовый объект?



Квантовое поведение электронов в металле

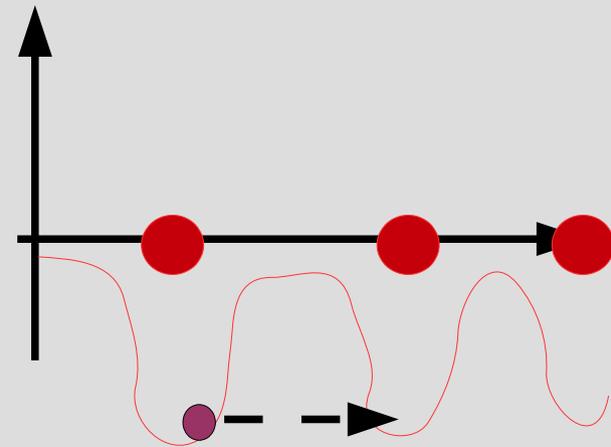
- $T=0$ (для простоты, потом проверим насколько это важно)

Квантовое поведение электронов в металле

- $T=0$ (для простоты, потом проверим насколько это важно)
- Электроны – ферми-частицы! В одном *квантовом состоянии* не более одного электрона

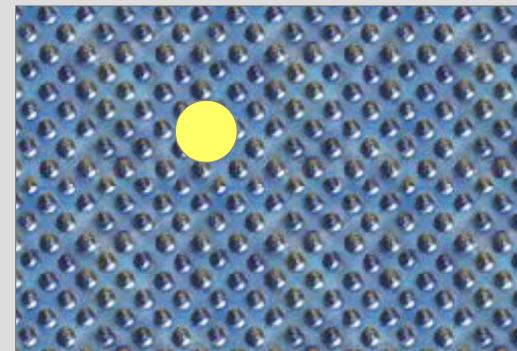
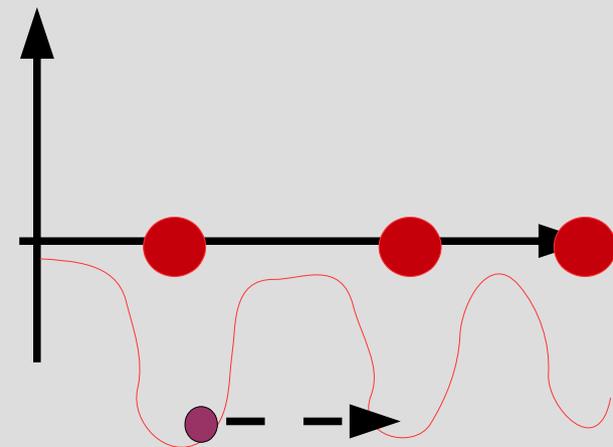
Квантовое поведение электронов в металле

- $T=0$ (для простоты, потом проверим насколько это важно)
- Электроны – ферми-частицы! В одном *квантовом состоянии* не более одного электрона
- Проводимость металла связана с тем, что в нем есть “свободные” электроны

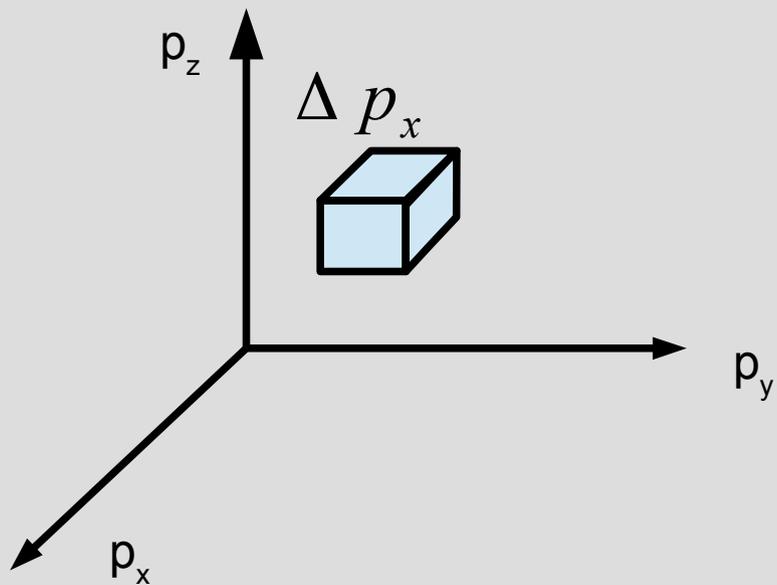
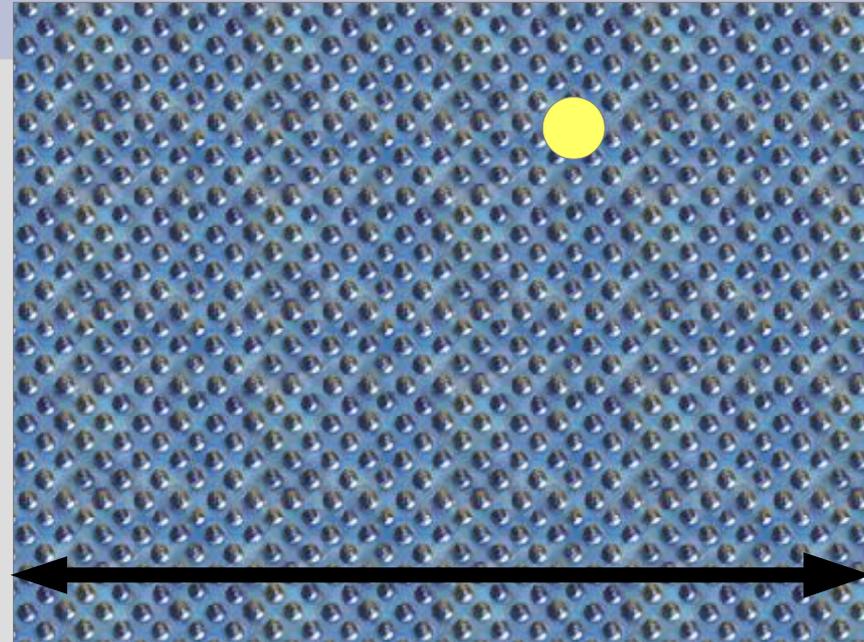


Квантовое поведение электронов в металле

- $T=0$ (для простоты, потом проверим насколько это важно)
- Электроны – ферми-частицы! В одном *квантовом состоянии* не более одного электрона
- Проводимость металла связана с тем, что в нем есть “свободные” электроны
- Какие квантовые числа задают состояние свободного электрона в металле?

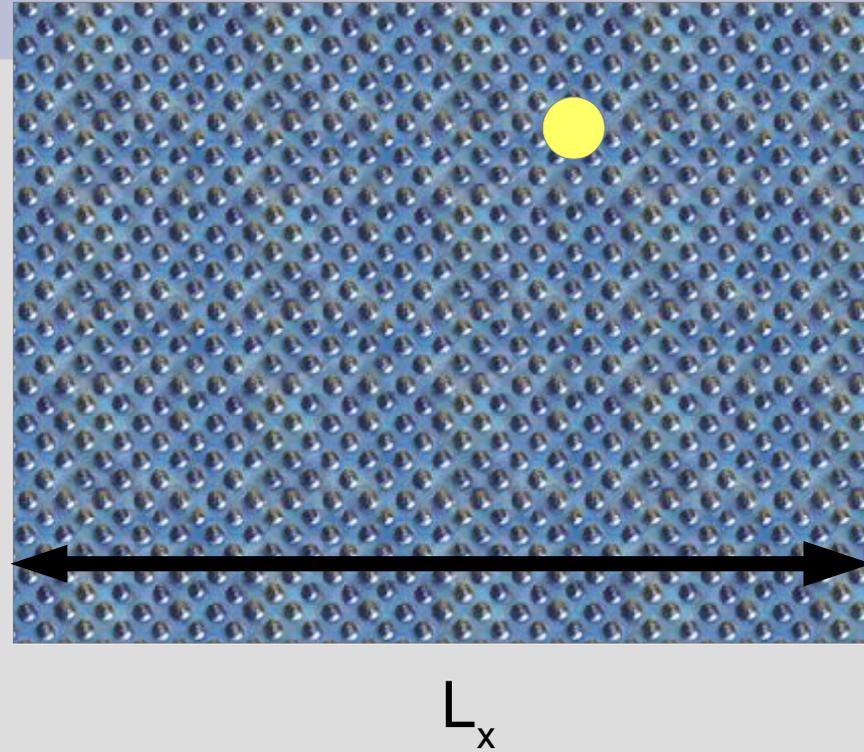
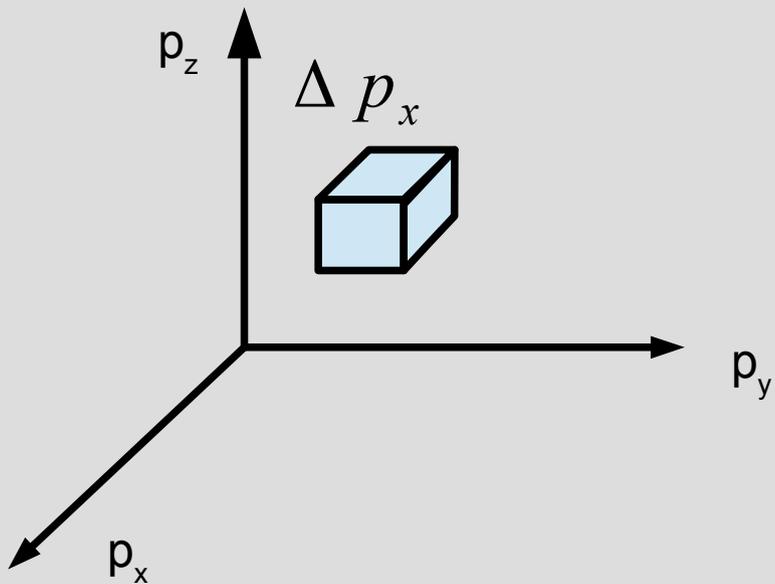


Импульсное пространство

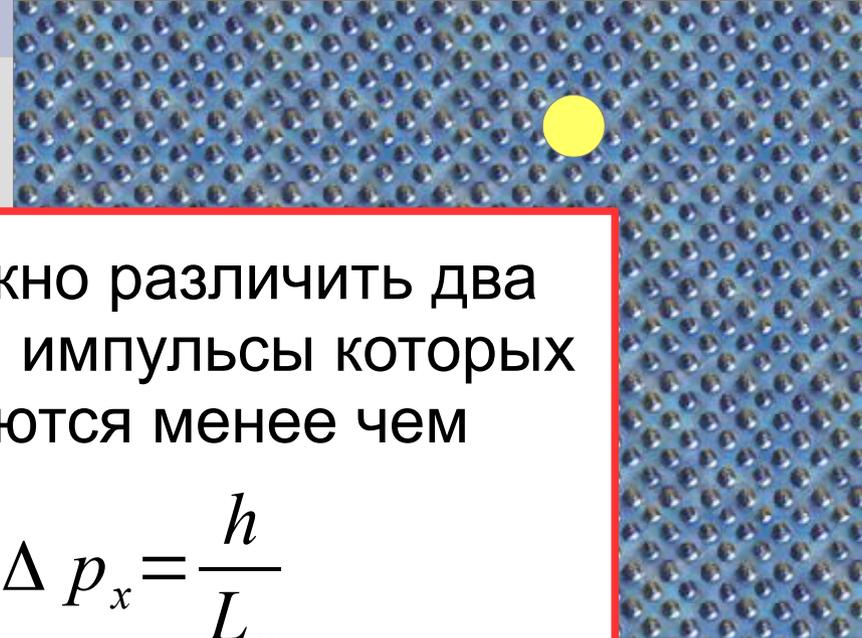


Импульсное пространство

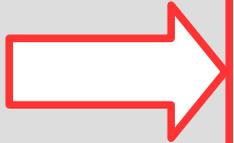
$$\Delta x = L_x$$
$$\Delta p_x \Delta x \simeq h$$



Импульсное пространство

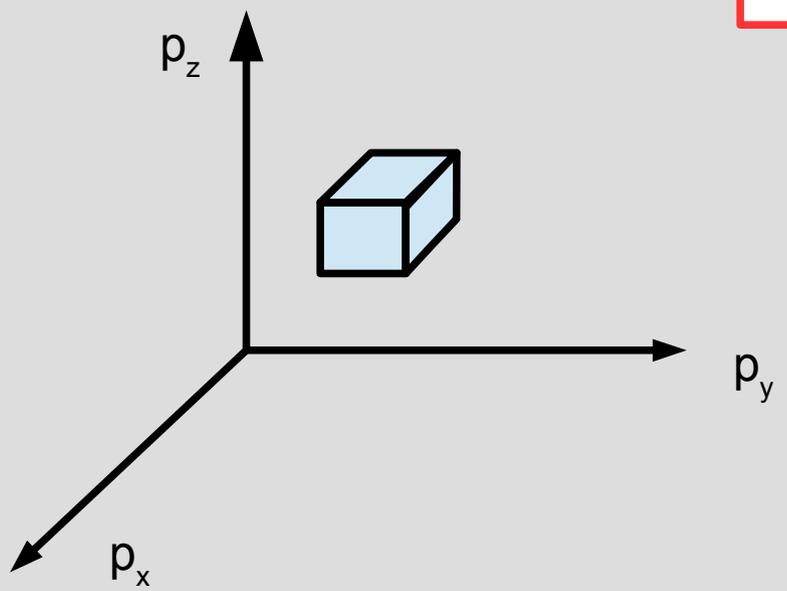


$$\Delta x = L_x$$
$$\Delta p_x \Delta x \simeq h$$

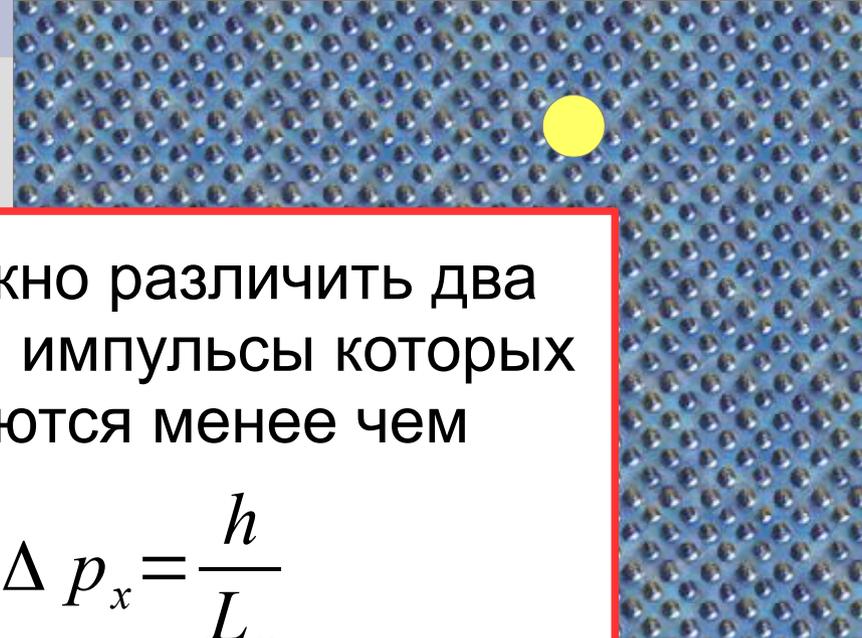


Невозможно различить два электрона, импульсы которых отличаются менее чем

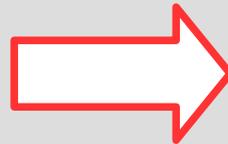
$$\Delta p_x = \frac{h}{L_x}$$



Импульсное пространство

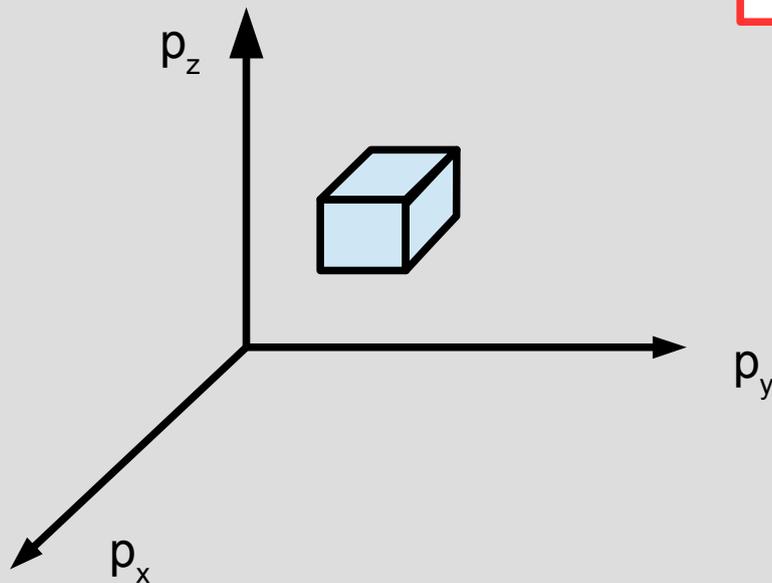


$$\Delta x = L_x$$
$$\Delta p_x \Delta x \simeq h$$



Невозможно различить два электрона, импульсы которых отличаются менее чем

$$\Delta p_x = \frac{h}{L_x}$$

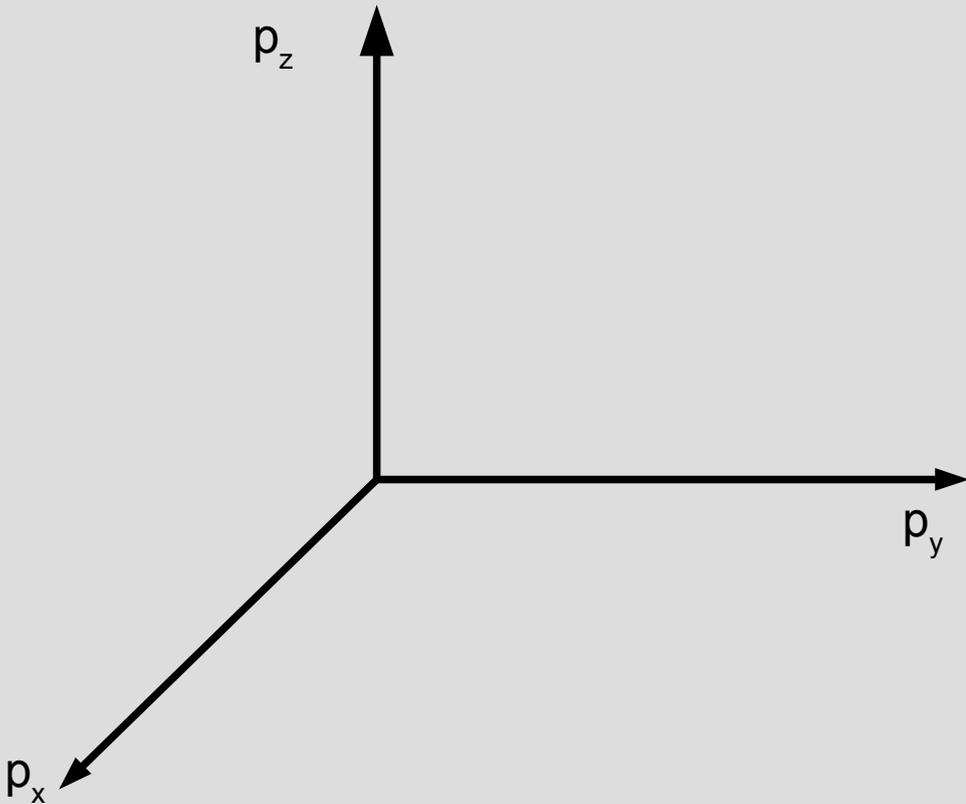


На одно уникальное состояние приходится объём импульсного пространства

$$\Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z \simeq \frac{h^3}{L_x L_y L_z} = \frac{h^3}{V}$$

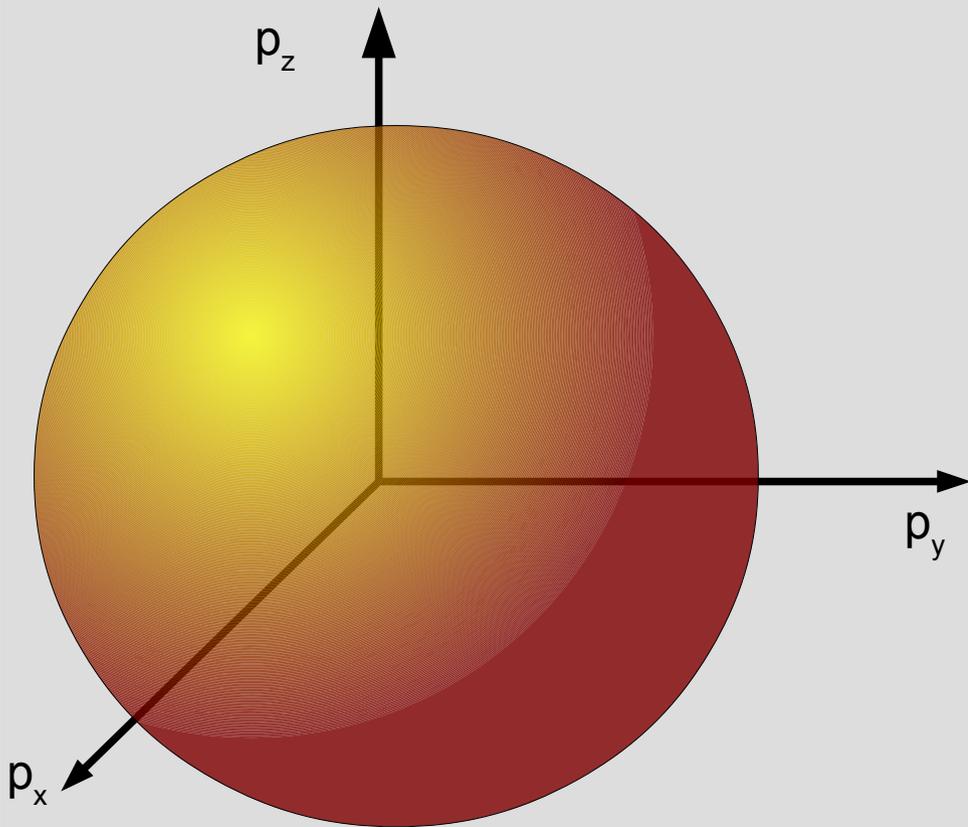
Заполнение состояний

$$E(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m}$$



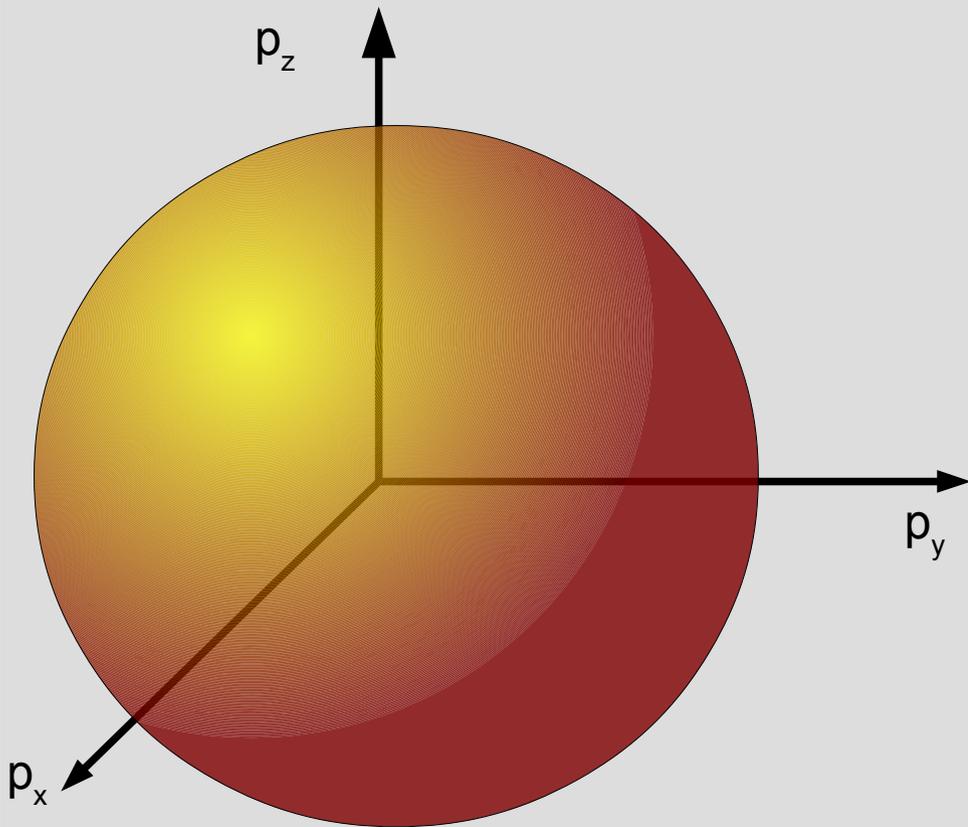
Заполнение состояний

$$E(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m}$$



Заполнение состояний

$$E(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m}$$



Размещаем N электронов

$$2 \frac{4\pi}{3} p_F^3 = N \frac{h^3}{V} = n h^3$$

$$p_F = h \sqrt[3]{\frac{3n}{8\pi}} = \hbar (3\pi^2 n)^{1/3}$$

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

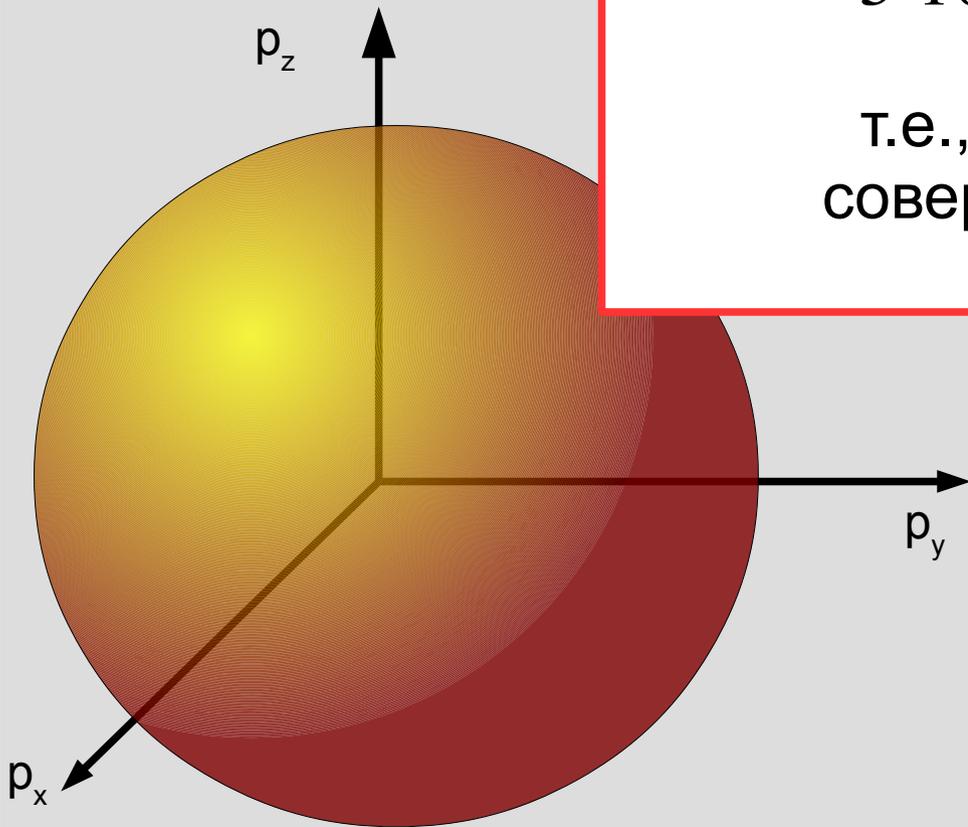
Заполнение состояний

$$E(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_F \simeq \frac{10^{-68} \times 3 \times 100^{2/3} \times 10^{18}}{2 \times 10^{-30}} \text{ Дж} \simeq$$

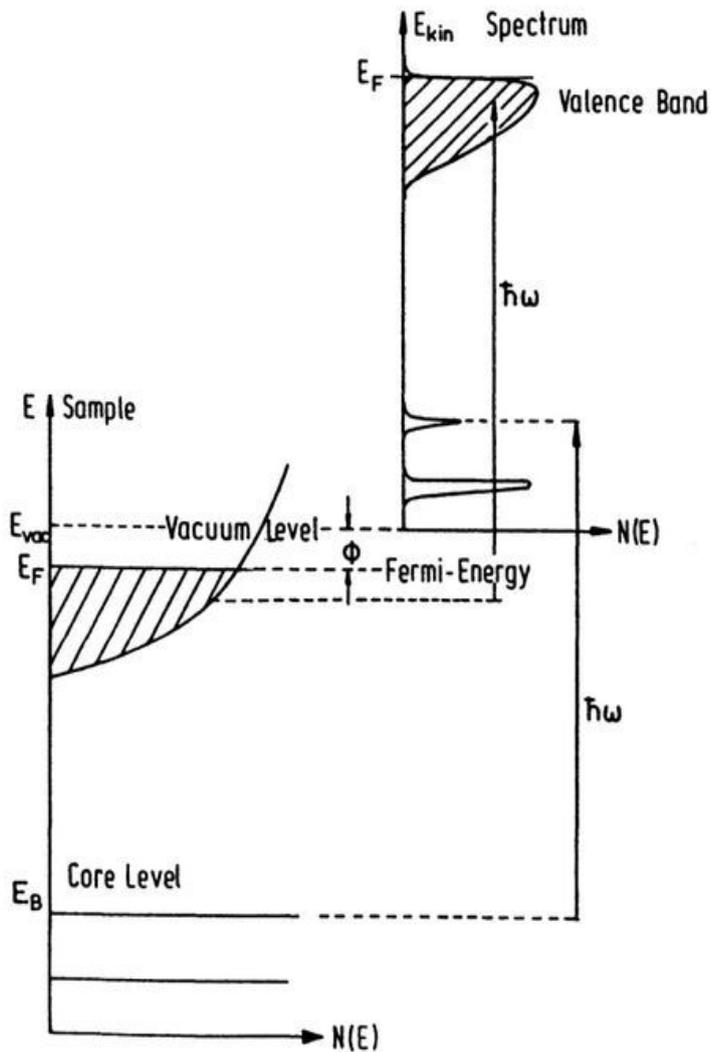
$$\simeq 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \simeq 2 \text{ эВ} = 20,000 \text{ К}$$

т.е., предположение о $T=0$
совершенно не ограничивает



$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

Связь с фотоэффектом

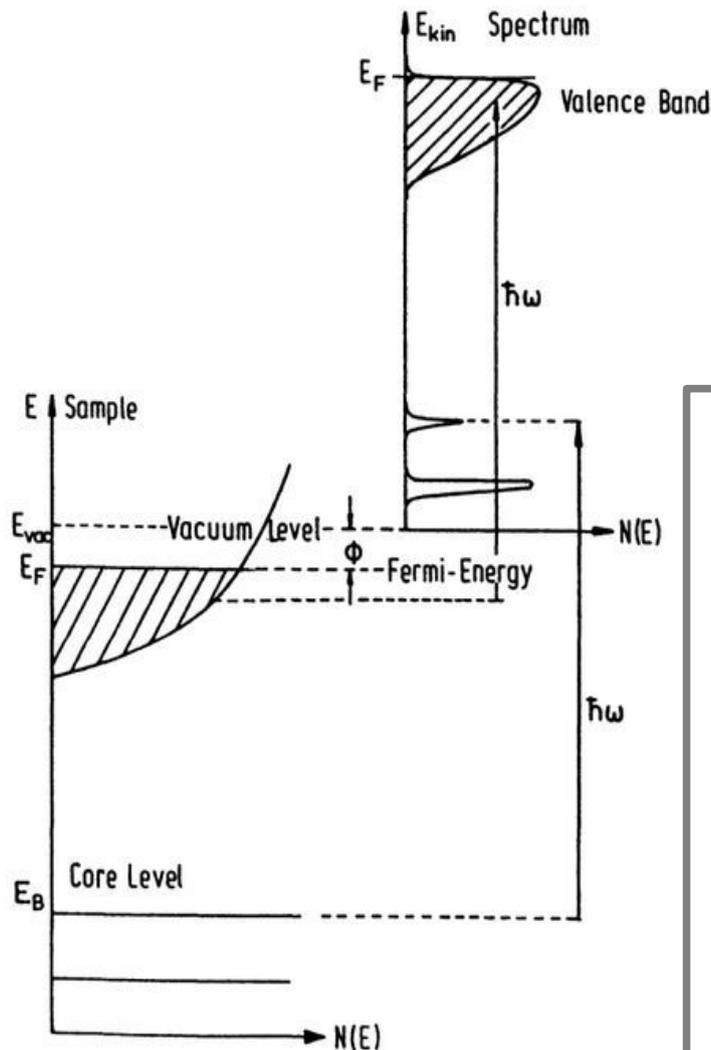


Энергия реально наблюдаемых фотоэлектронов распределена от максимума (фотоэмиссия с поверхности Ферми) до некоторого минимума (фотоэмиссия электронов “с нулевым импульсом”).

Это позволяет измерить энергию Ферми независимо.

Связь с фотоэффектом

Энергия реально наблюдаемых фотоэлектронов распределена от максимума (фотоэмиссия с поверхности Ферми) до некоторого минимума (фотоэмиссия электронов “с



Пример для золота:

- энергия квантов 16.9 эВ
- энергии фотоэлектронов 7.1...11.6 эВ

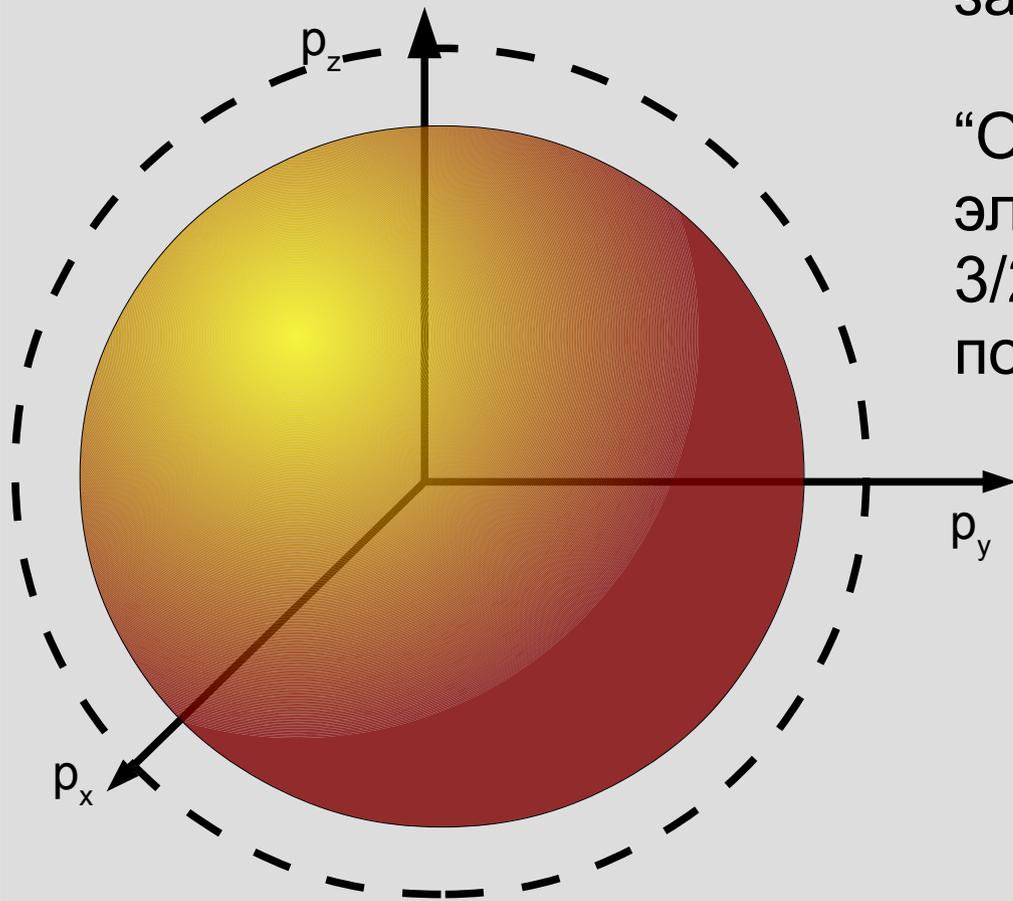
$$A_{вых} = 16.9 - 11.6 = 5.3 \text{ эВ}$$

$$E_F = 11.6 - 7.1 = 4.5 \text{ эВ}$$

Теплоёмкость электронного газа

Теплоемкость хороших металлов (медь, золото) при комнатной температуре описывается законом Дюлонга и Пти: $3R$ на моль

“Одноатомный газ свободных электронов” должен добавить ещё $3/2R$, но этого не наблюдается – почему?

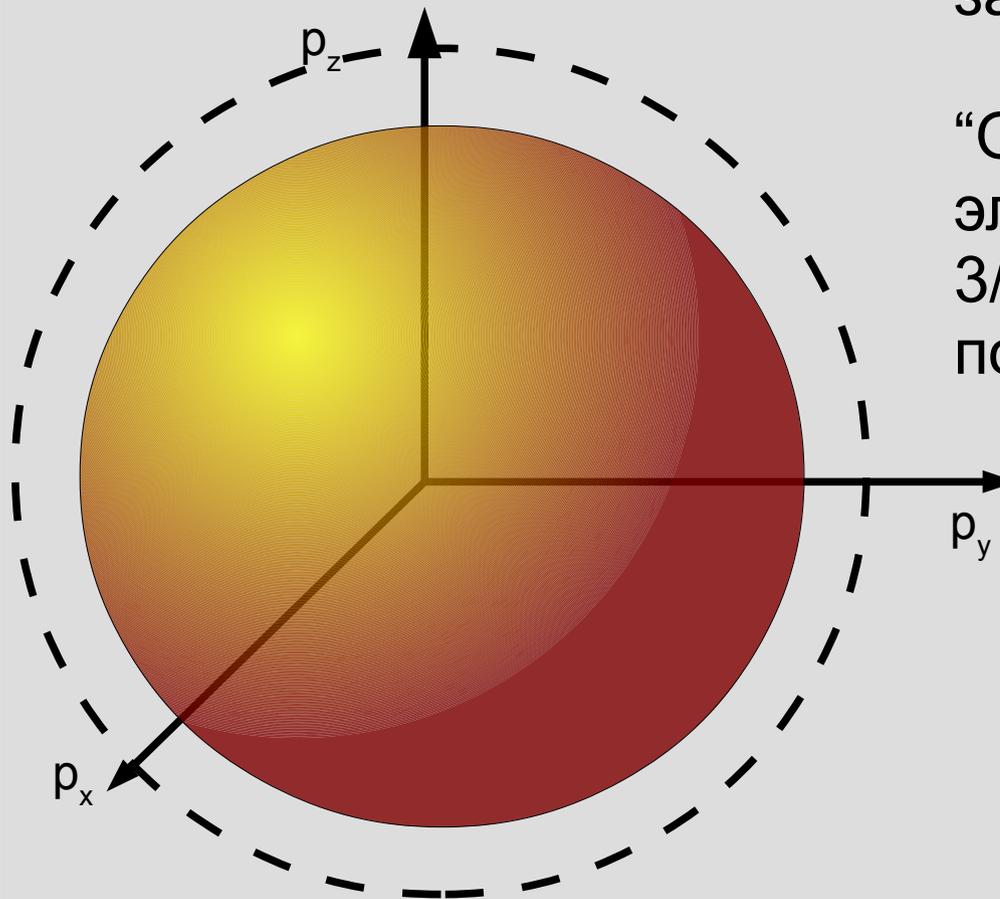


Теплоёмкость электронного газа

Теплоемкость хороших металлов (медь, золото) при комнатной температуре описывается законом Дюлонга и Пти: $3R$ на моль

“Одноатомный газ свободных электронов” должен добавить ещё $3/2R$, но этого не наблюдается –

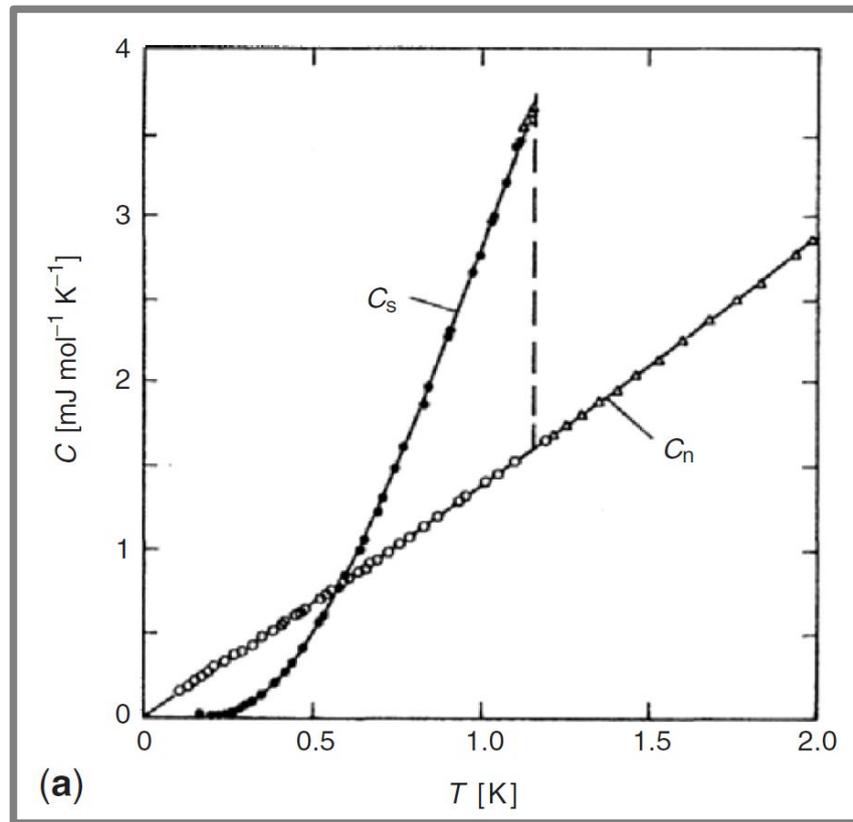
Из-за запрета Паули в тепловом движении участвуют только электроны вблизи поверхности Ферми, а их мало!



$$\frac{\delta p}{p_F} = \frac{1}{2} \frac{\delta E}{E_F} = \frac{1}{2} \frac{k_B T}{E_F}$$

$$\frac{\delta N}{N} \simeq \frac{4\pi p_F^2 \delta p}{\frac{4}{3}\pi p_F^3} = 3 \frac{\delta p}{p_F}$$

$$C \simeq \frac{3}{2} R \times \frac{k_B T}{E_F}$$



(a) F.Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, 2007

p_y

ТЕПЛОМ ДВИЖЕНИИ
участвуют только электроны
вблизи поверхности Ферми, а
их мало!

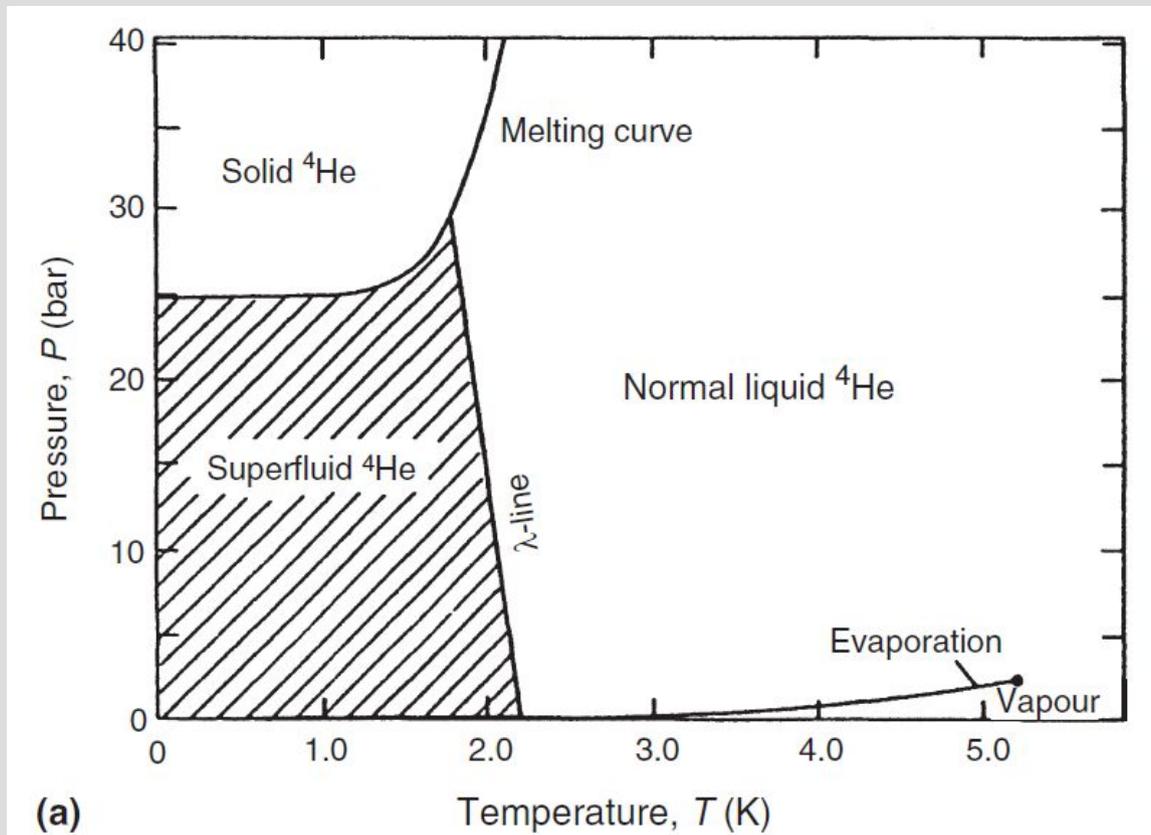
p_x

ЮТ
М

2R,

Сверхтекучесть

П.Л.Капица (1978),
Л.Д.Ландау (1962)

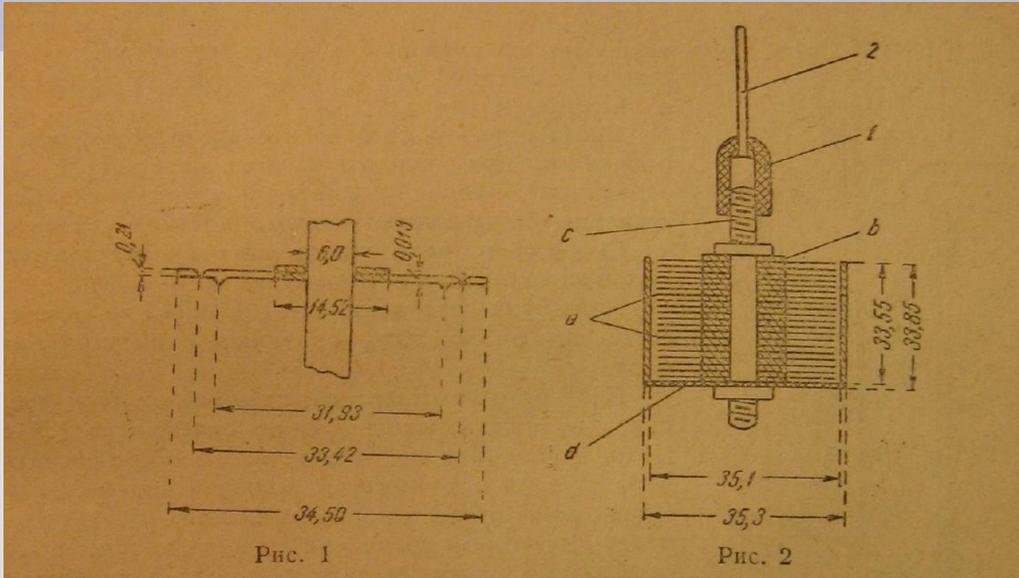


Фазовая диаграмма гелия-4. На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ-точка гелия-4 соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

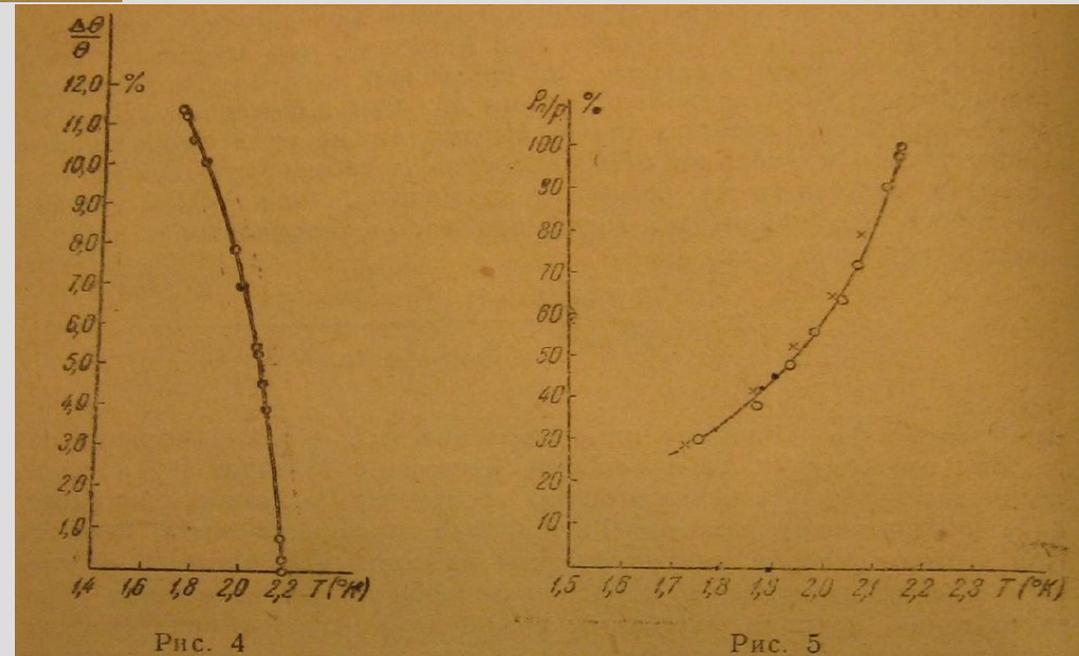
Эксперимент 1



Эксперимент 2



Андроникашвили Э.Л., Непосредственное наблюдение двух видов движения в гелии II., ЖЭТФ, 16, 780 (1946)



Эксперимент 3



Эксперимент 4



Важность бозе-статистики гелия-4

Макроскопическое недиссипативное движение жидкости, сверхтекучее движение не переносит тепла

Это движение есть свойство основного состояния квантовой жидкости, в котором оказывается большое число атомов.

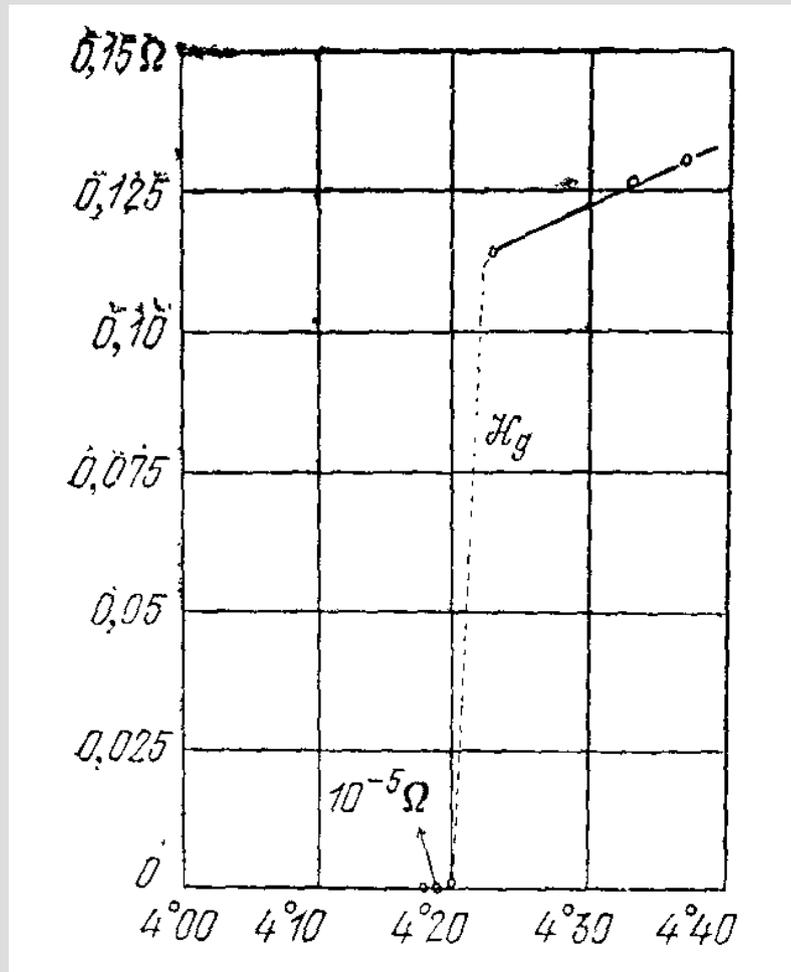
Это возможно только благодаря бозе-статистике гелия-4.

Сверхпроводимость



Камерлинг Оннес (1913),
Бардин, Купер, Шриффер (1972),
Мюллер, Беднорц (1987)
Гинзбург, Абрикосов (2003)

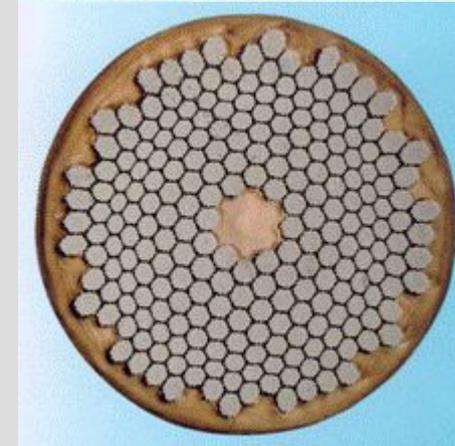
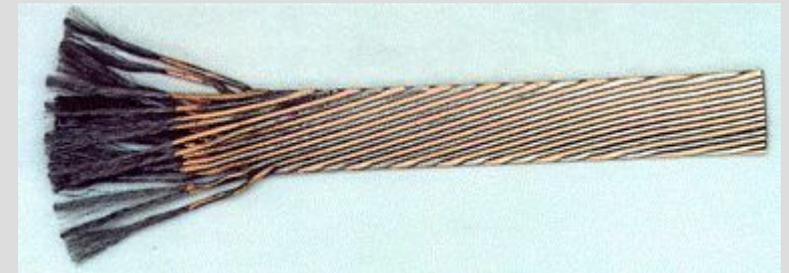
сверхтекучесть гелия-3:
Ошеров, Ричардсон, Ли (1996)
Леггет (2003)



Применение



<http://en.wikipedia.org/wiki/Superconductor>



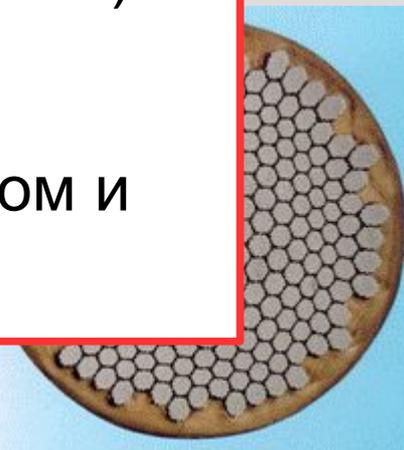
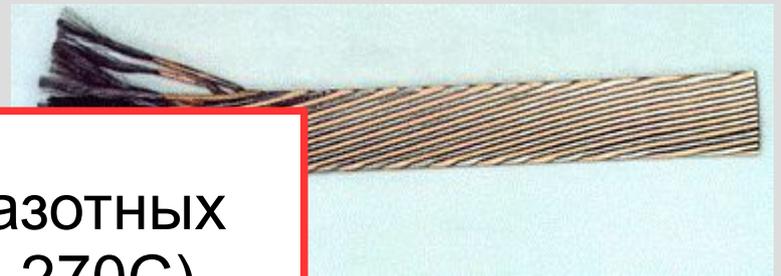
CERN, LHC Machine Outreach: Super conducting cable, 2015, <http://lhc-machine-outreach.web.cern.ch/lhc-machine-outreach/components/cable.htm>

Применение



Требуется охлаждение до хотя бы азотных (77K=-200C), а чаще гелиевых (4K=-270C) температур

Сверхпроводимость разрушается током и магнитным полем



CERN, LHC Machine Outreach: Super conducting cable, 2015, <http://lhc-machine-outreach.web.cern.ch/lhc-machine-outreach/components/cable.htm>



<http://investinet.ru>

Понятие о куперовских парах

Похоже на сверхтекучесть – но электроны являются ферми-частицами!!!

Выход: объединить электроны в пары (эффективное притяжение при посредничестве положительного ионного остова кристалла). Пары оказываются бозе-частицами и могут “сверхтечь”.

Носитель заряда в сверхпроводнике имеет заряд $2e$!!!
(подтверждено многими опытами)

Разваливание пар при ударе о дефекты качественно объясняет существование критической плотности тока, когда энергия связи окажется меньше кинетической энергии.

Эксперимент 1



Эксаперимент 2



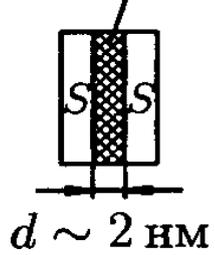
Эксперимент 3



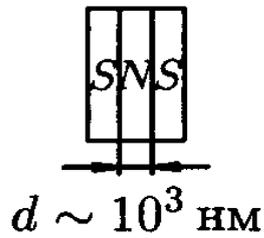
Эффект Джозефсона



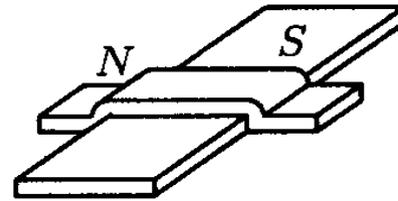
Изолятор



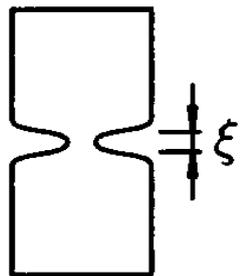
а)



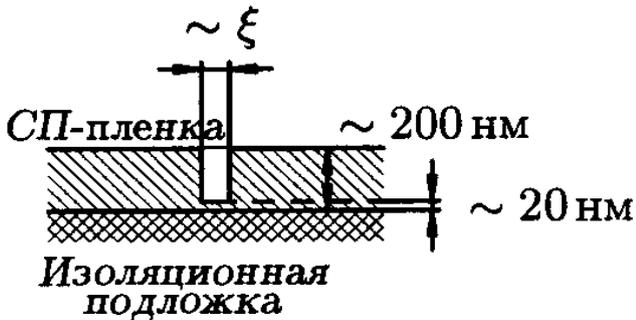
б)



в)



г)

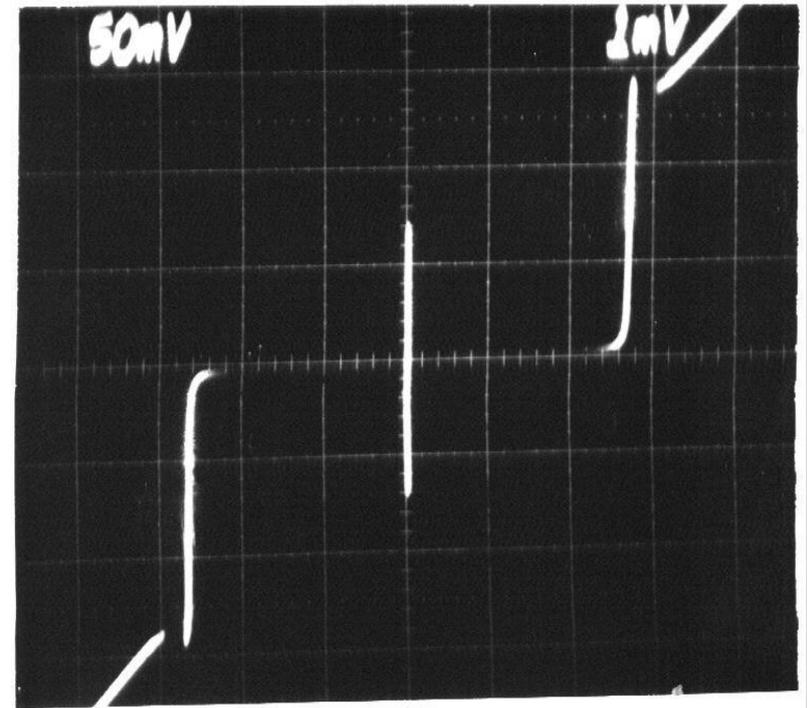


д)



е)

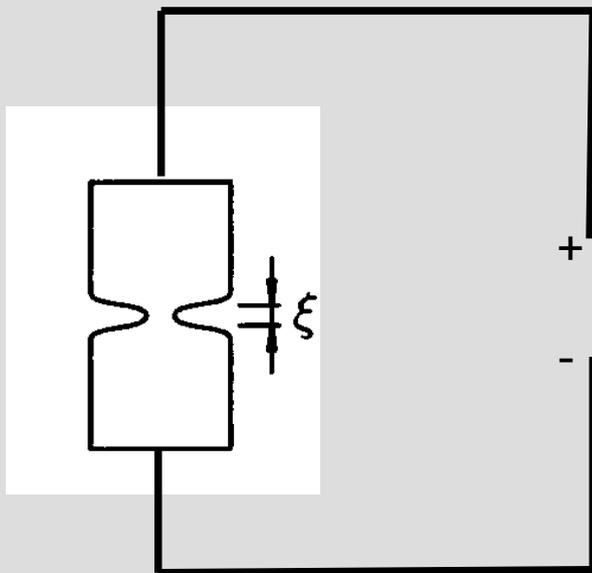
Джозефсон
(1973)



Шмидт В.В., Введение в физику сверхпроводников, 2000

Осциллограмма вольт-амперной характеристики джозефсоновского контакта. Шкала по горизонтали 1 мВ, по вертикали 50 мкА.

Нестационарный эффект Джозефсона



При переходе через туннельный барьер куперовская пара должна избавиться от “лишней” энергии $2eU$.

Переход излучает на частоте $\omega \approx \frac{2eU}{\hbar}$

Частота измеряется очень точно – эффект Джозефсона используется как стандарт вольты

Задачи домашнего задания

Задача 1.

Плотность жидкого гелия равна 0.12 г/см^3 . В приближении идеального газа оценить температуру при которой длина волны де Бройля атома гелия становится сравнима с расстоянием между атомами. Сравнить ответ с температурой перехода в сверхтекучее состояния (2.2K).

Задача 2.

К туннельному контакту двух сверхпроводников (сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник) приложено напряжение 1 мВ . Найдите частоту излучаемых электромагнитных волн при протекании джозефсоновского туннельного тока через такой контакт.