

**Квантовая макрофизика.
Лекция 1. Структура и колебания
кристаллических решёток.**

Как зовут лектора....

Глазков Василий Николаевич, к.ф.-м.н., доц. МФТИ,
с.н.с. ИФП им.П.Л.Капицы РАН

vglazkov@yandex.ru, glazkov@kapitza.ras.ru

Материалы к лекциям:

- *сайт кафедры общей физики (раздел VI семестр)*
- *web-страница лектора*
<http://www.kapitza.ras.ru/people/glazkov>
- *Youtube-канал кафедры: записи лекций, консультации к экзамену*

Основная литература по курсу

или

Какого Цвета Учебник

- Ч.Киттель «Введение в физику твёрдого тела»
- В.В.Шмидт «Введение в физику сверхпроводников»
- И.М.Халатников «Введение в теорию сверхтекучести»
- В.Я.Демиховский, Г.А.Вугальтер «Физика квантовых низкоразмерных структур»

По вопросам квантовой физики: Ландау и Лифшиц, том 3

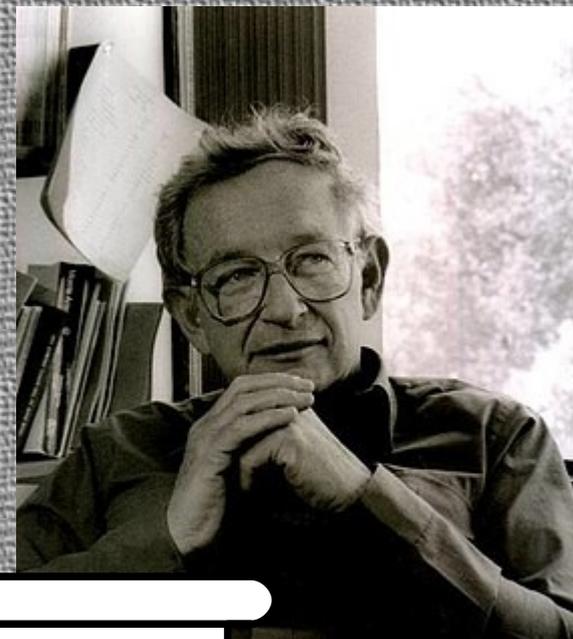
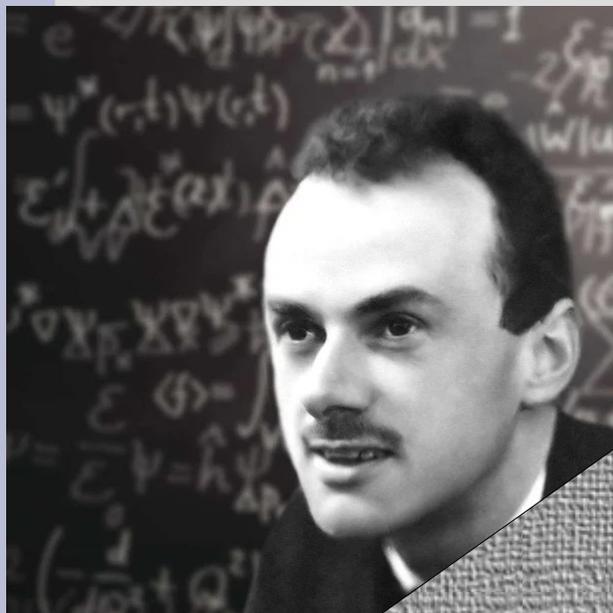
Некоторые вопросы физики металлов: А.А.Абрикосов «Основы теории металлов»;

Методические пособия на сайте кафедры общей физики и кафедры теоретической физики.

Почему физика твёрдого тела?

The rest is chemistry...

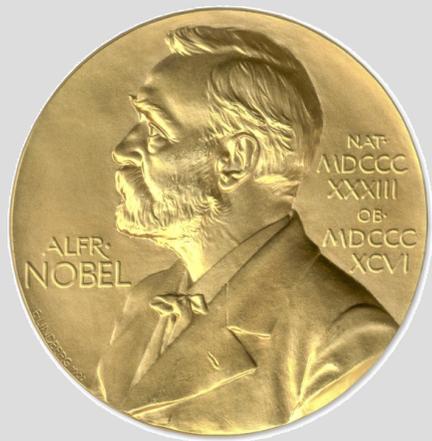
П.Дирак



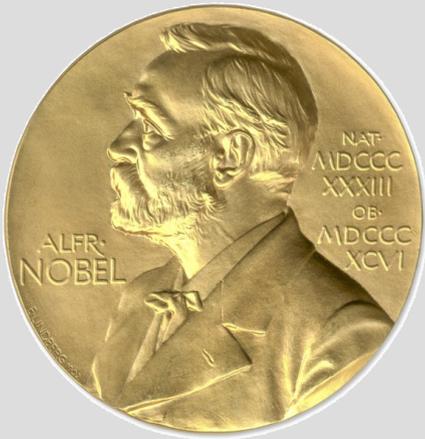
More is different!

Ф.Андерсон

Физика твердого тела как часть современной физики

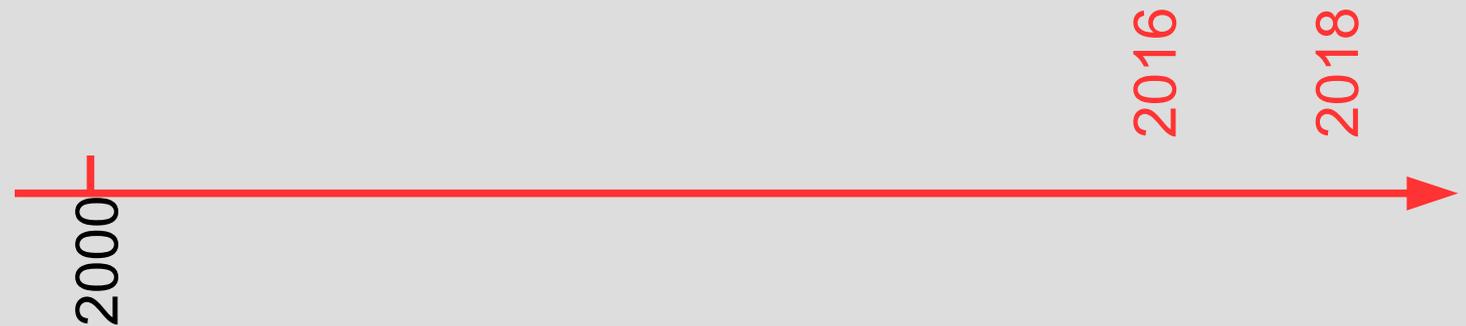
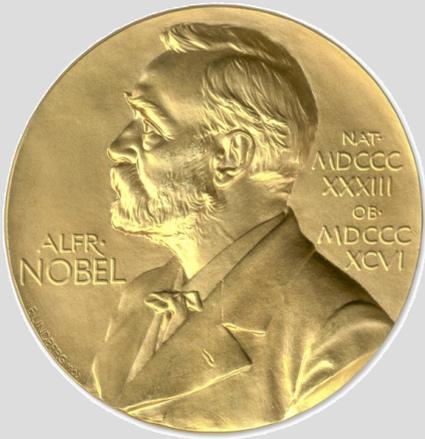


Физика твердого тела как часть современной физики



The Nobel Prize in Physics 2018, 1/2
Gérard Mourou and Donna Strickland
“for their method of generating high-intensity,
ultra-short optical pulses”

Физика твердого тела как часть современной физики

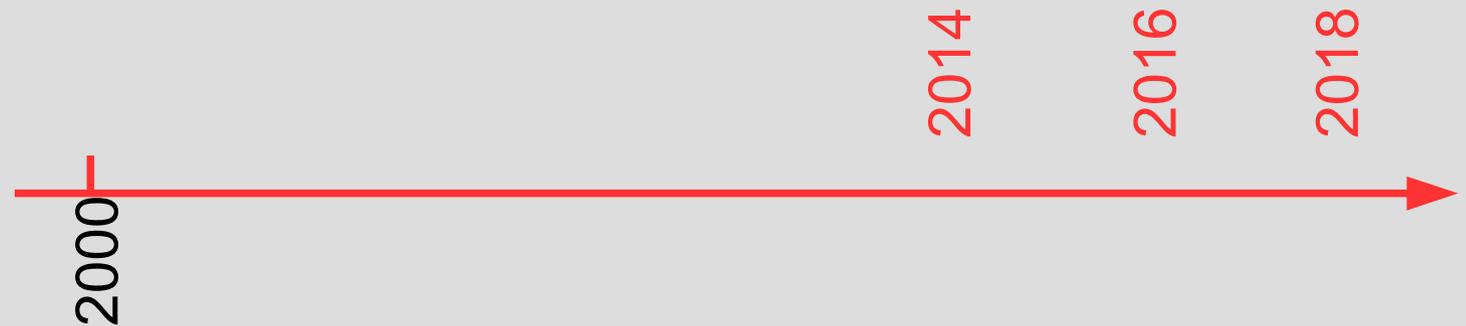
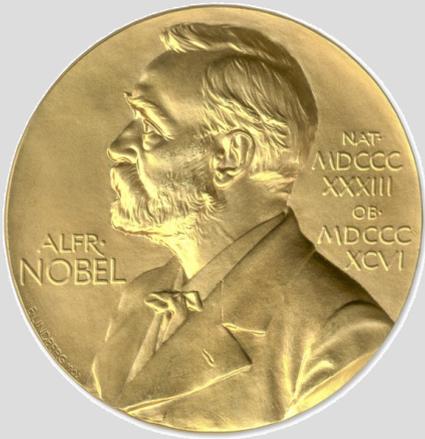


The Nobel Prize in Physics 2016

D. J. Thouless, F. D.M. Haldane and J. M. Kosterlitz

“for theoretical discoveries of topological phase transitions and topological phases of matter”

Физика твердого тела как часть современной физики



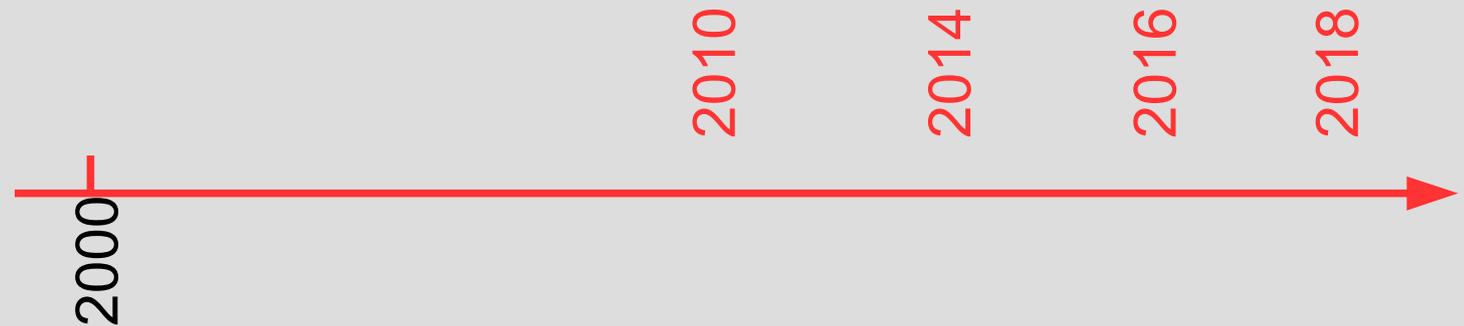
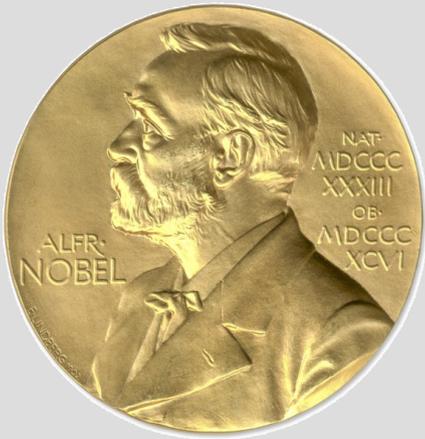
The Nobel Prize in Physics 2016

The Nobel Prize in Physics 2014

“for Isamu Akasaki, Hiroshi Amano and Shuji Nakamura

“for the invention of efficient blue light-emitting diodes which has enabled bright and energy-saving white light sources”

Физика твердого тела как часть современной физики



The Nobel Prize in Physics 2016

The Nobel Prize in Physics 2014

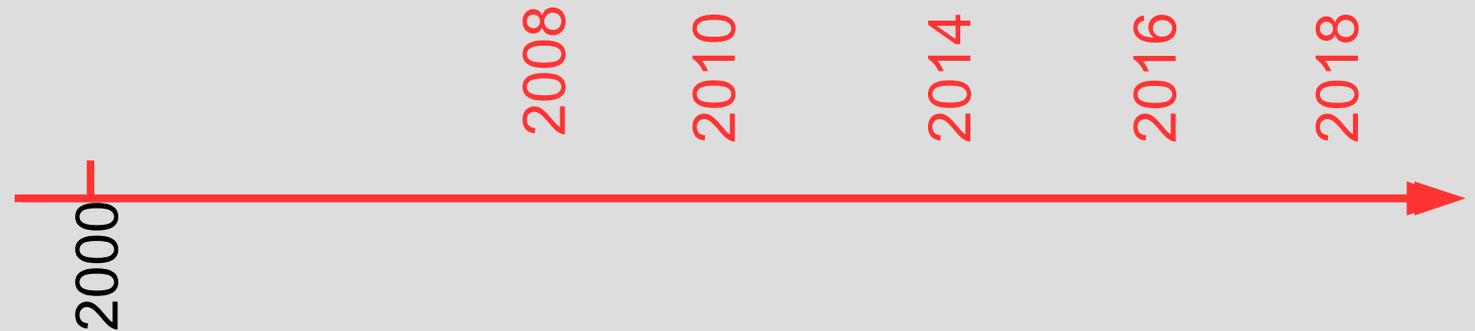
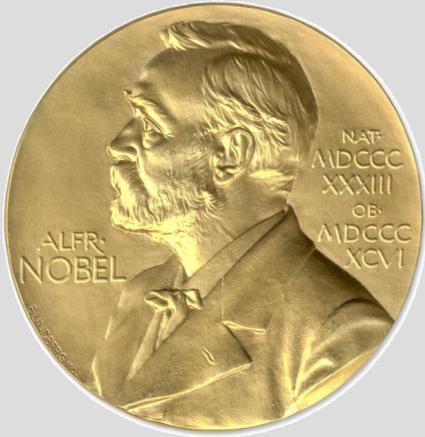
“for Isamu Akasaki, Hiroshi Amano and Shuji Nakamura

“for The Nobel Prize in Physics 2010

w Andre Geim and Konstantin Novoselov

w “for groundbreaking experiments regarding the two-dimensional material graphene”

Физика твердого тела как часть современной физики



The Nobel Prize in Physics 2010

The Nobel Prize in Physics 2009

“for his discovery of the laser”

“for his discovery of the transistor effect”

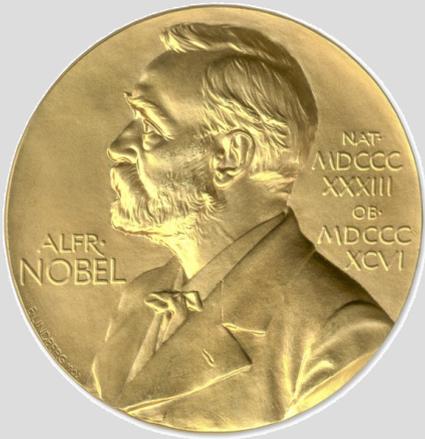
The Nobel Prize in Physics 2009

Charles Kuen Kao “for groundbreaking achievements concerning the transmission of light in fibers for optical communication”

Willard S. Boyle and George E. Smith

“for the invention of an imaging semiconductor circuit – the CCD sensor”

Физика твердого тела как часть современной физики



The Nobel Prize in Physics 2010

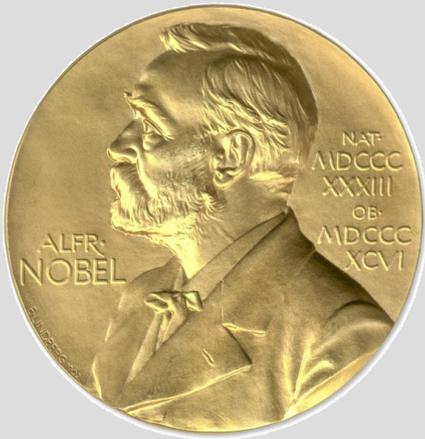
The Nobel Prize in Physics 2009

Charles Kuen Kao “for groundbreaking achievements concerning the transmission of light”

The Nobel Prize in Physics 2007

Albert Fert and Peter Grünberg
“for the discovery of Giant Magnetoresistance”

Физика твердого тела как часть современной физики



The Nobel Prize in Physics 2018

The Nobel Prize in Physics 2009

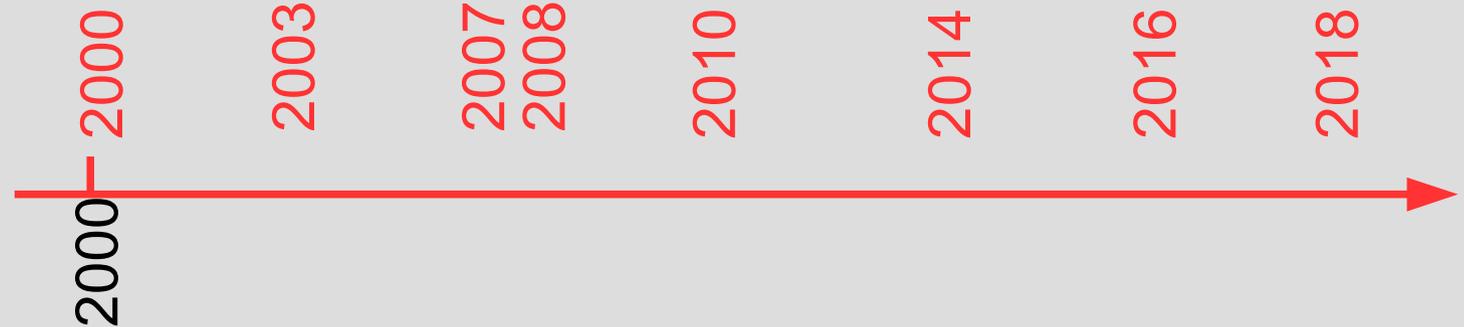
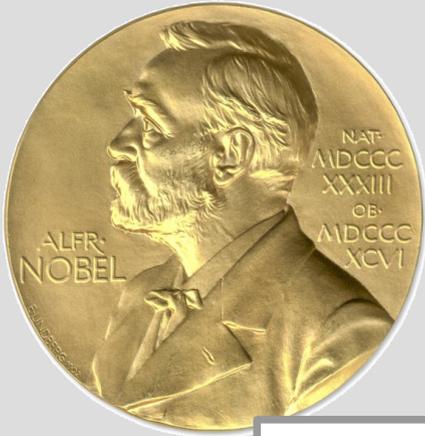
Charles Kuen Kao "for groundbreaking achievements concerning the transmission of light"

The Nobel Prize in Physics 2007

The Nobel Prize in Physics 2003

Alexei A. Abrikosov, Vitaly L. Ginzburg and A. J. Leggett
"for pioneering contributions to the theory of superconductors and superfluids"

Физика твердого тела как часть современной физики



The Nobel Prize in Physics 2000

“for basic work on information and communication technology”

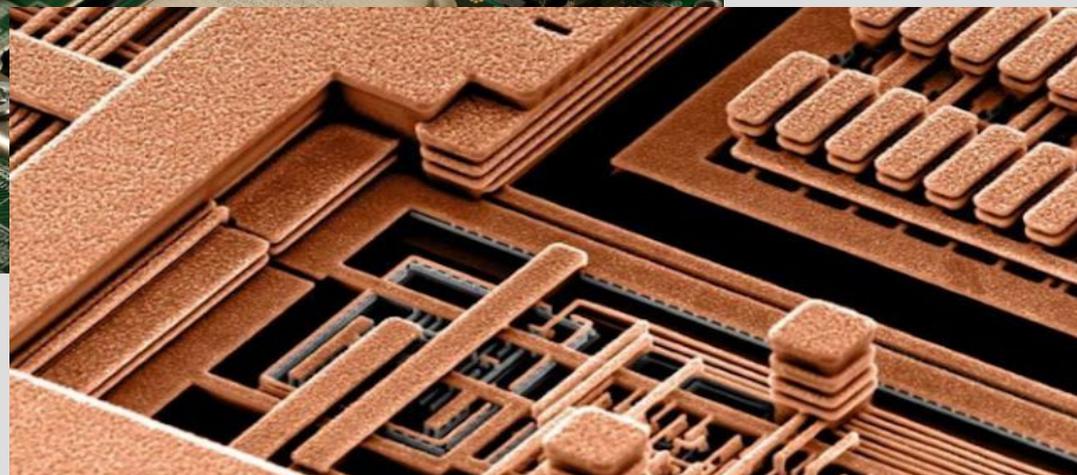
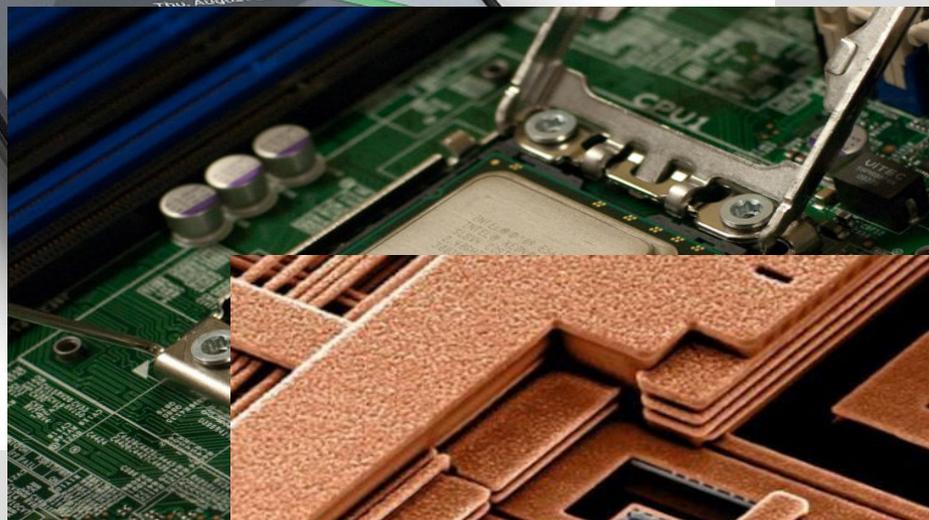
Zhores I. Alferov and Herbert Kroemer

“for developing semiconductor heterostructures used in high-speed- and opto-electronics”

Jack S. Kilby “for his part in the invention of the integrated circuit”

The Nobel
Alexei A. Abrikosov
“for pioneering work on superconductivity”

Вклад в современные технологии



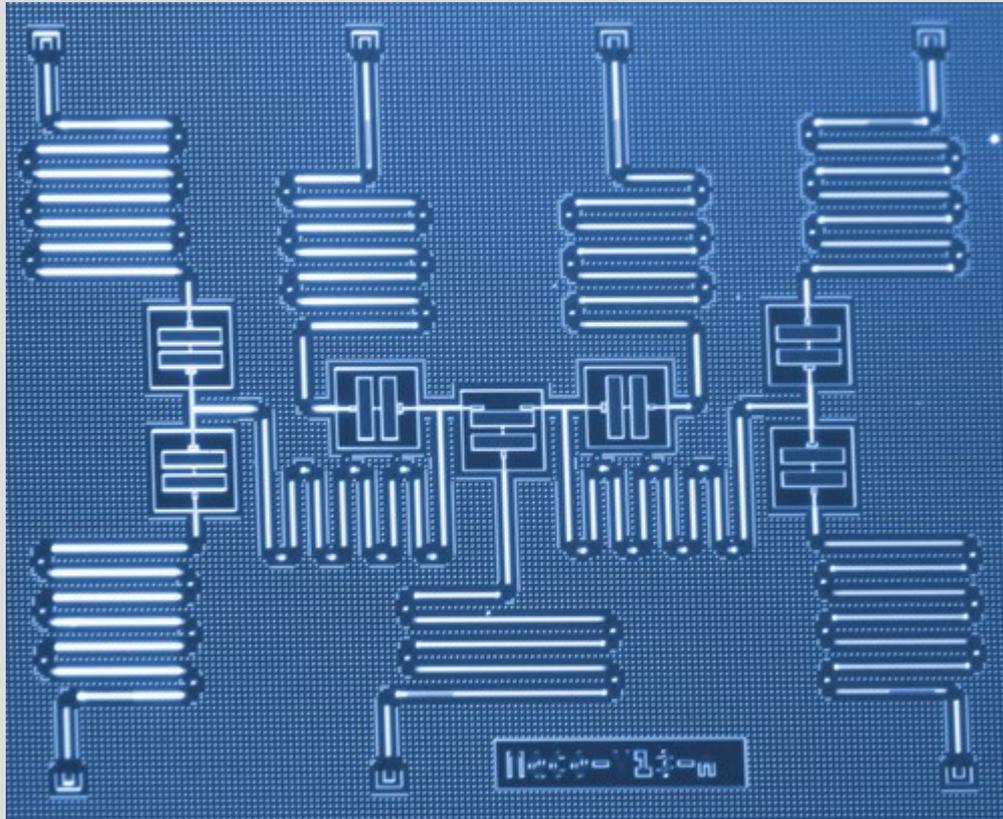
полупроводниковые технологии,
минитюаризация элементной базы

Детекторы и «железо» сложных экспериментов



<http://cms.web.cern.ch/news/superconducting-magnet>

IBM 7 Qubit Device



Итак...

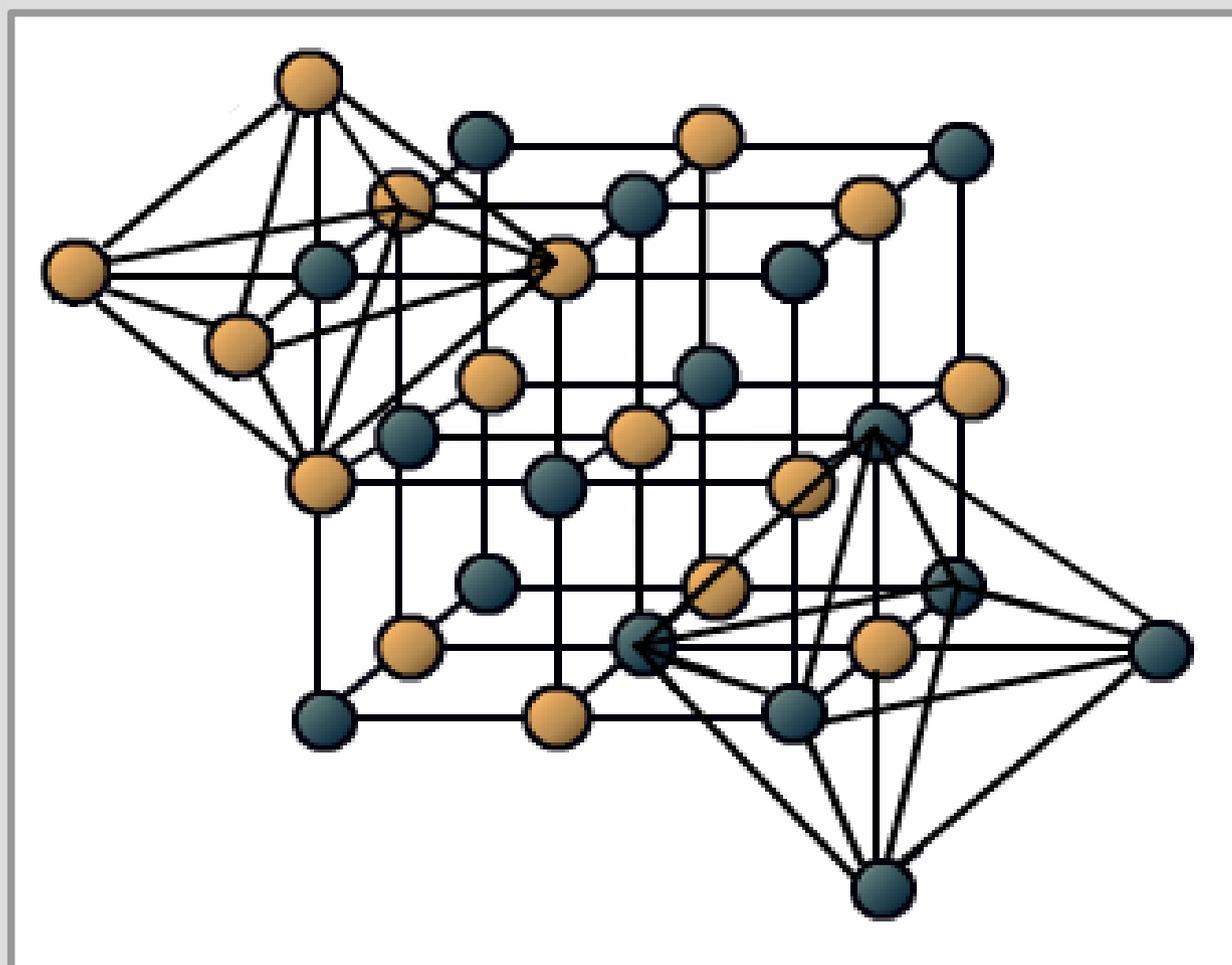
- Нетривиальные основные состояния
- Термодинамика систем многих тел, фазовые переходы
- Описание свойств систем многих тел на универсальном языке квазичастиц
- Возможность создания (экспериментального) систем с пространственной размерностью меньше 3

Примерный план:

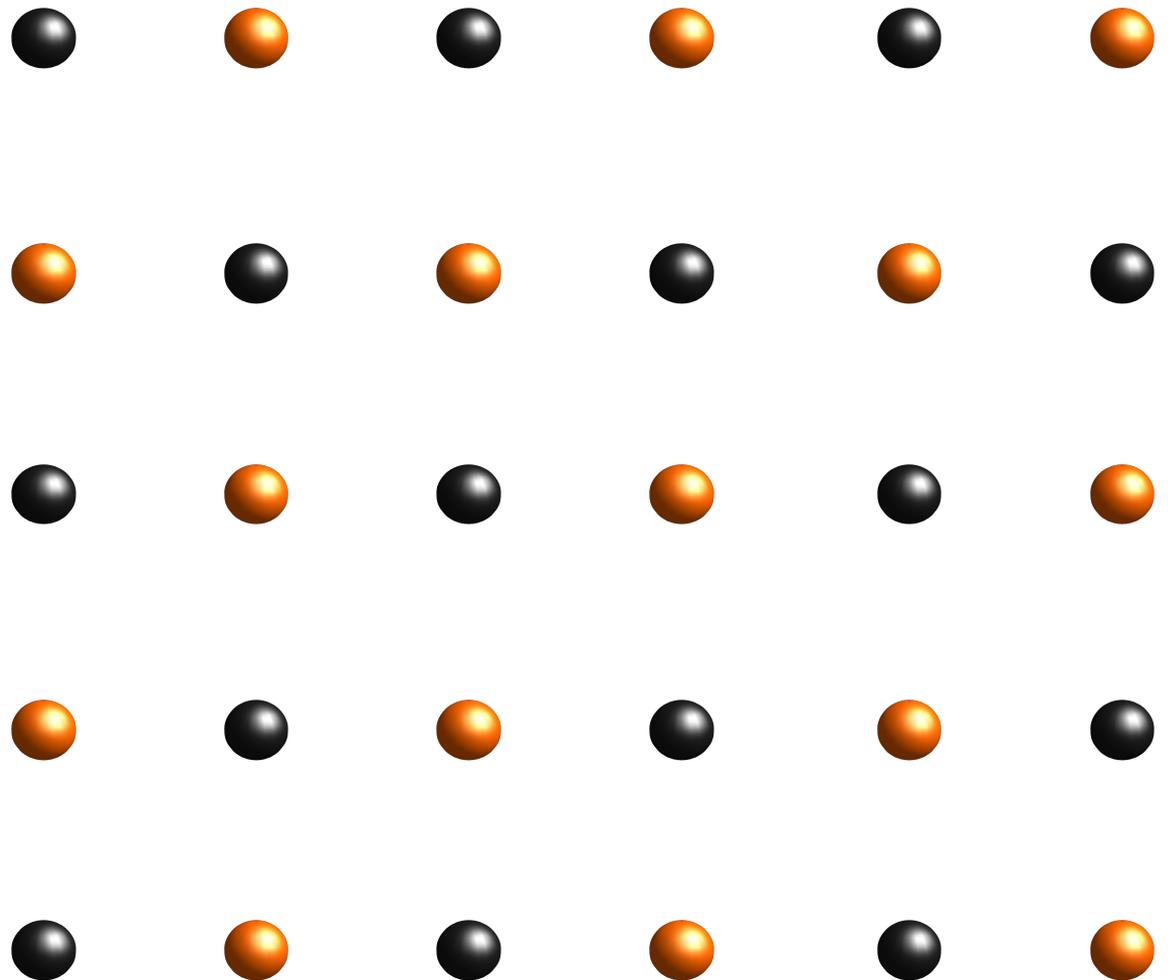
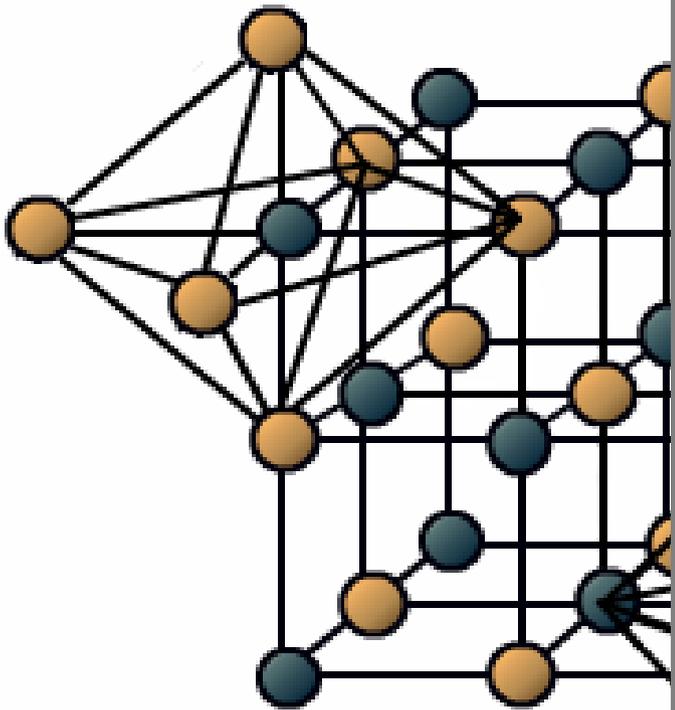
- ознакомление с языком этой области физики (кристаллы, колебания, движение частицы в кристалле)
- физика металлов и полупроводников
- физика низкоразмерных систем
- сверхтекучесть и сверхпроводимость
- магнетизм.

Часть 1. «Азбука кристаллографии»: структура, решётка, базис.

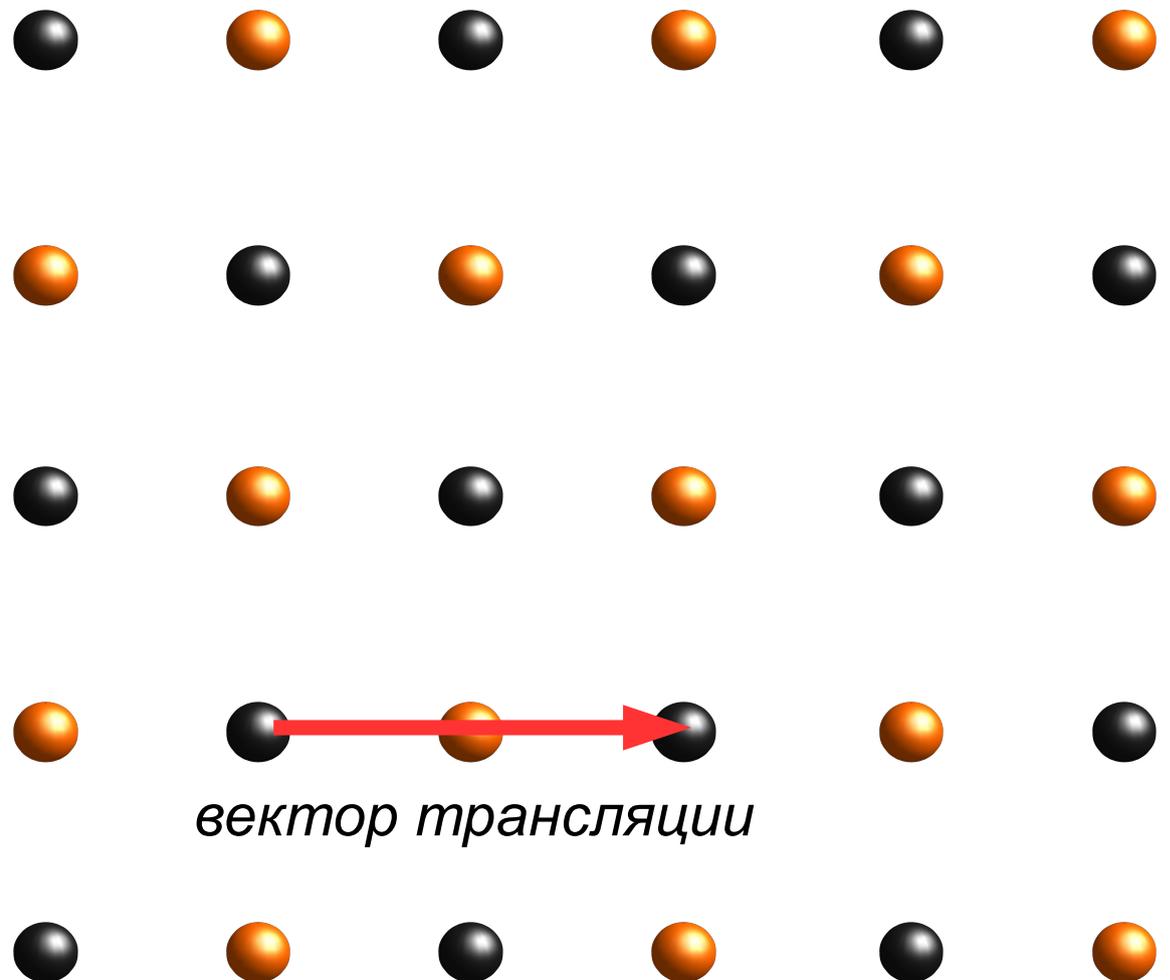
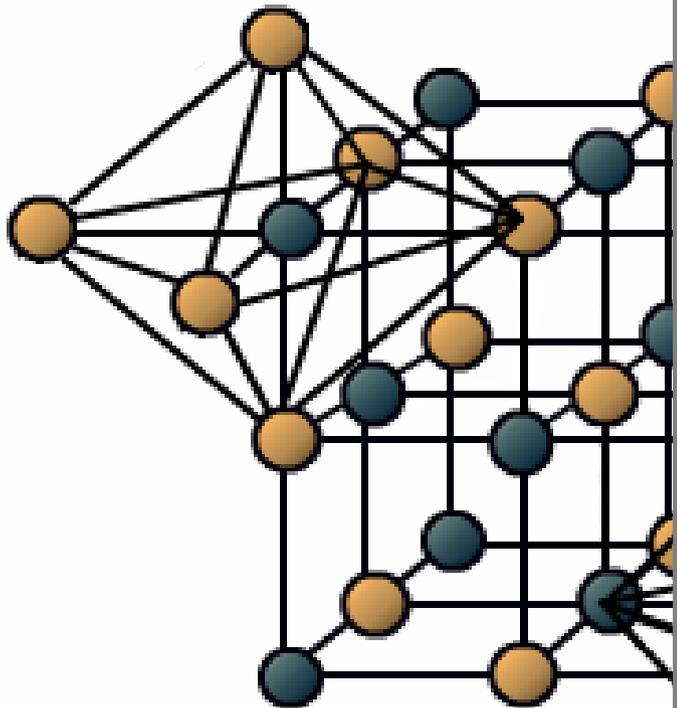
Кристаллическая структура



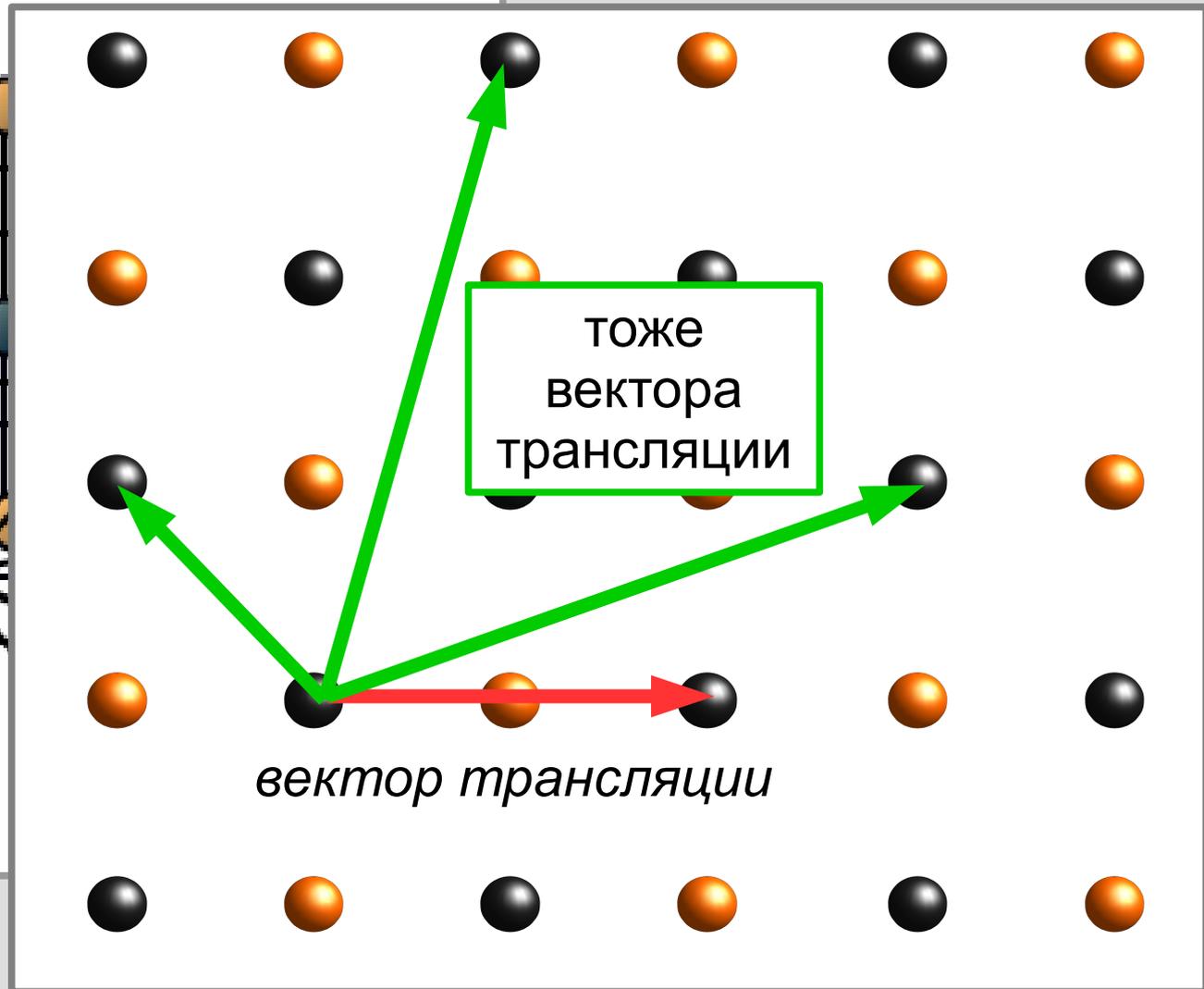
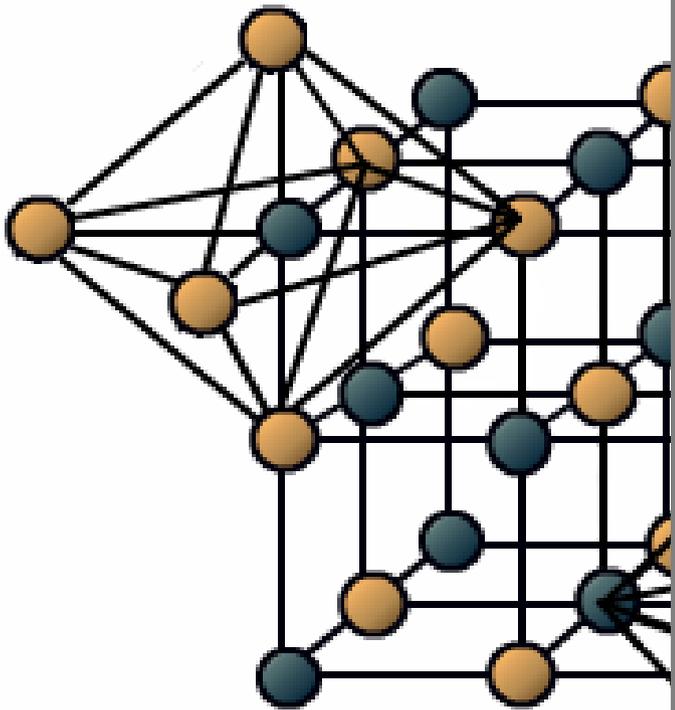
Кристаллическая структура



Кристаллическая структура



Кристаллическая структура



Решётка и базис

Кристаллическая решётка = ГМТ, получающихся применением трансляций к исходной точке.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + n \vec{a} + m \vec{b} + p \vec{c}$$

Решётка и базис

Кристаллическая решётка = ГМТ, получающихся применением трансляций к исходной точке.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + n \vec{a} + m \vec{b} + p \vec{c}$$

Базис (кристаллографический базис): группа атомов, применением к которой операций трансляции можно полностью восстановить пространственное расположение атомов в данном теле.

Решётка и базис

Кристаллическая решётка = ГМТ, получающихся применением трансляций к исходной точке.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + n \vec{a} + m \vec{b} + p \vec{c}$$

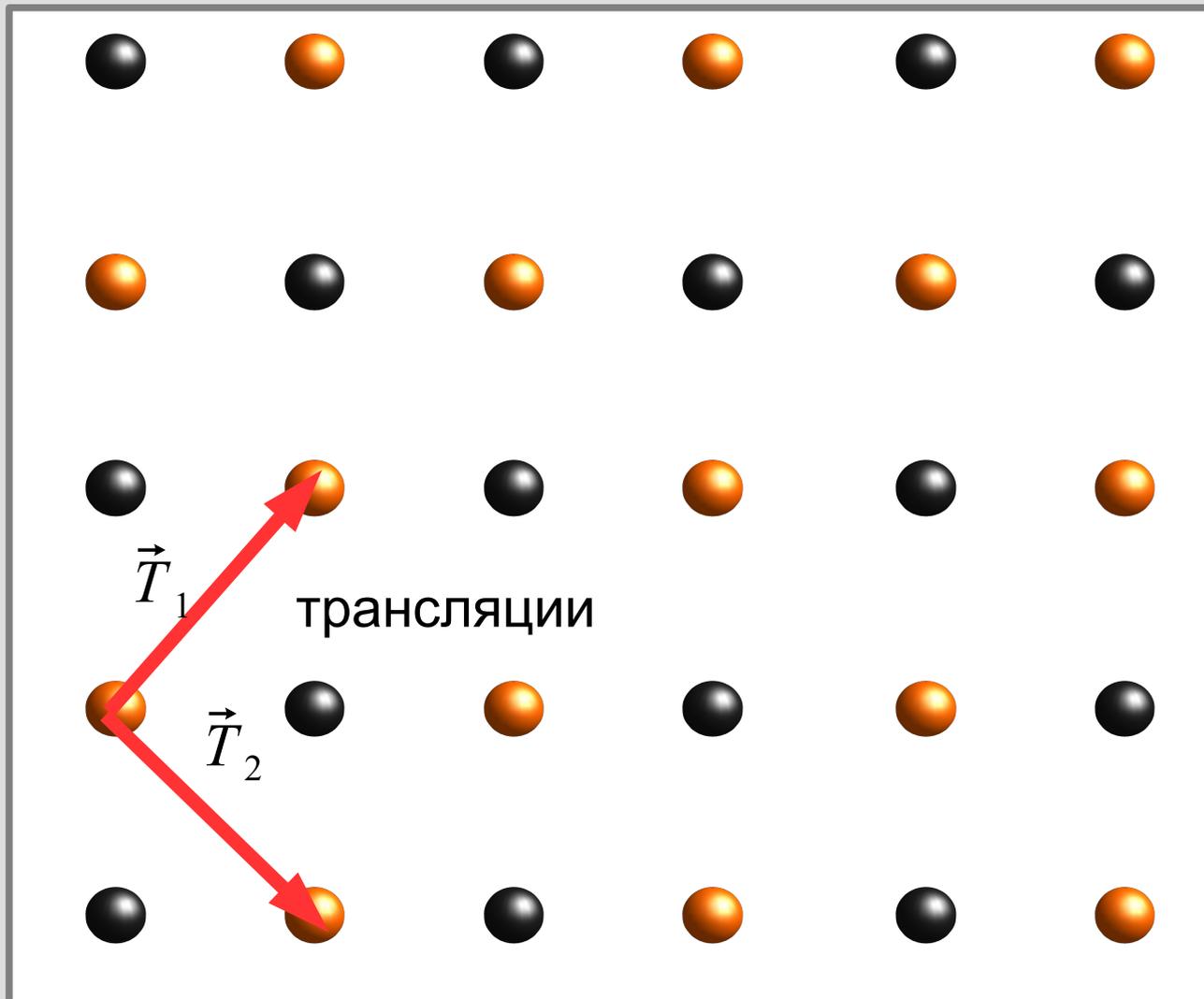
Базис (кристаллографический базис): группа атомов, применением к которой операций трансляции можно полностью восстановить пространственное расположение атомов в данном теле.

Кристаллическая структура = решётка + базис

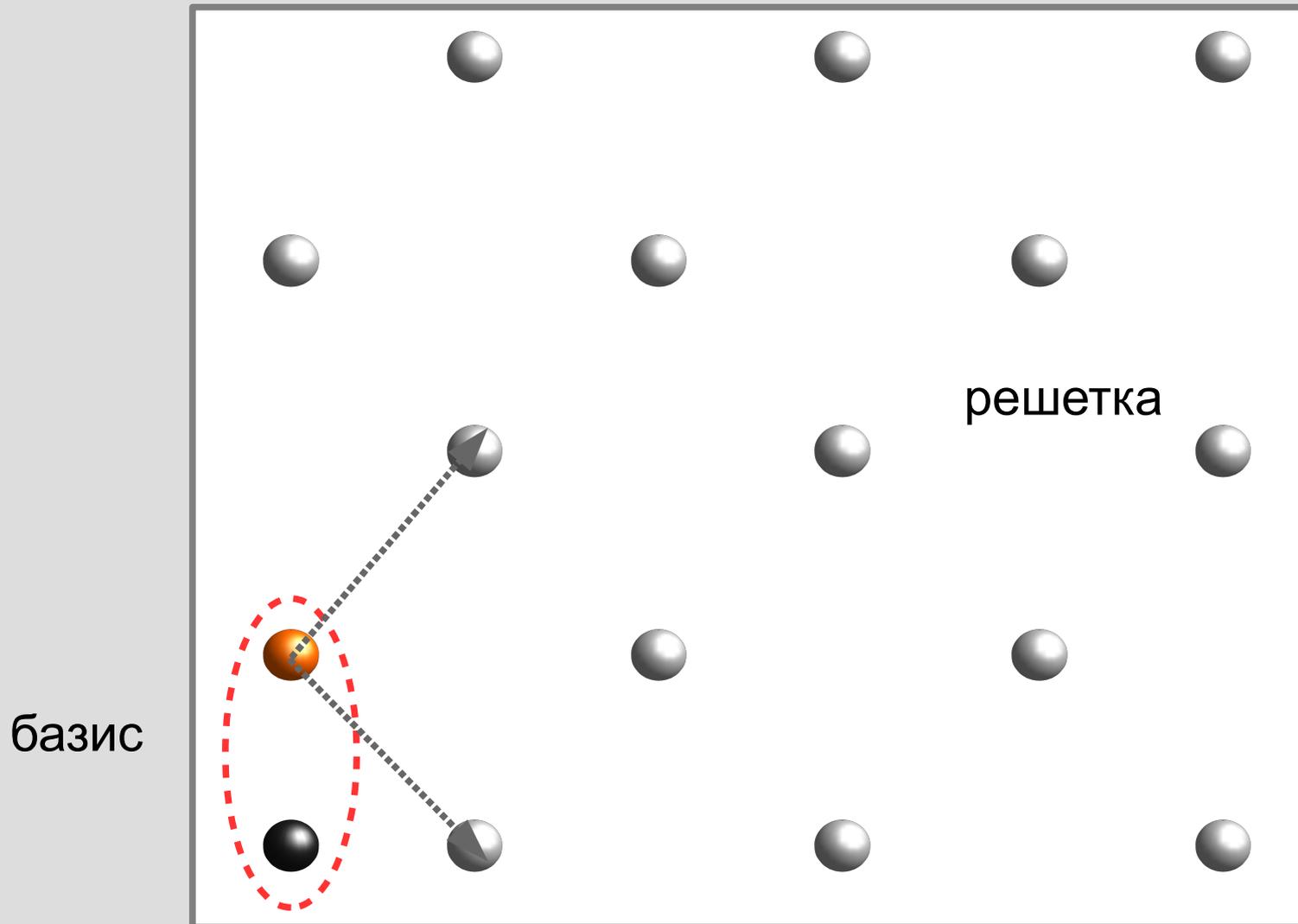
Решетка и базис: пример 1



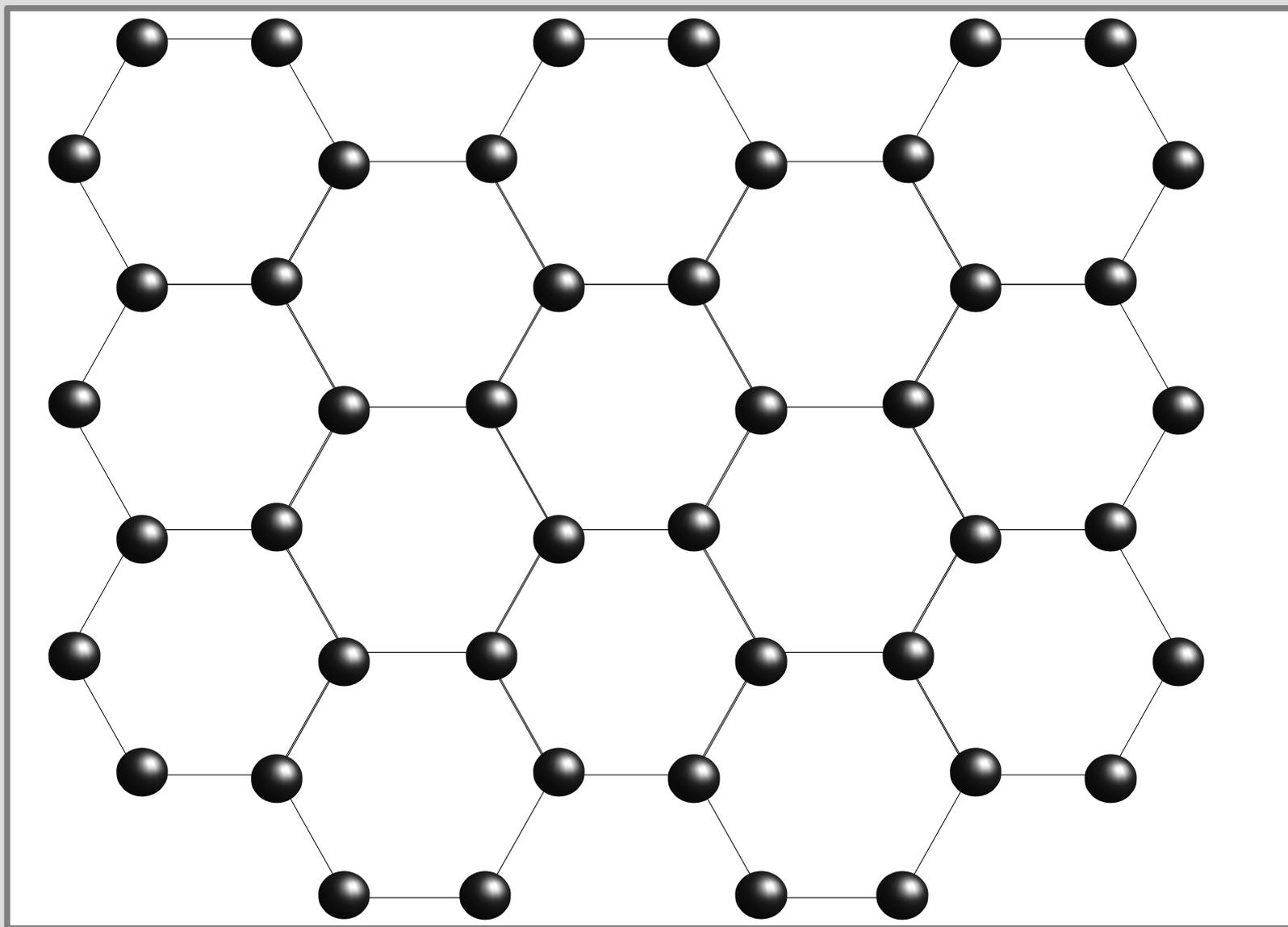
Решетка и базис: пример 1



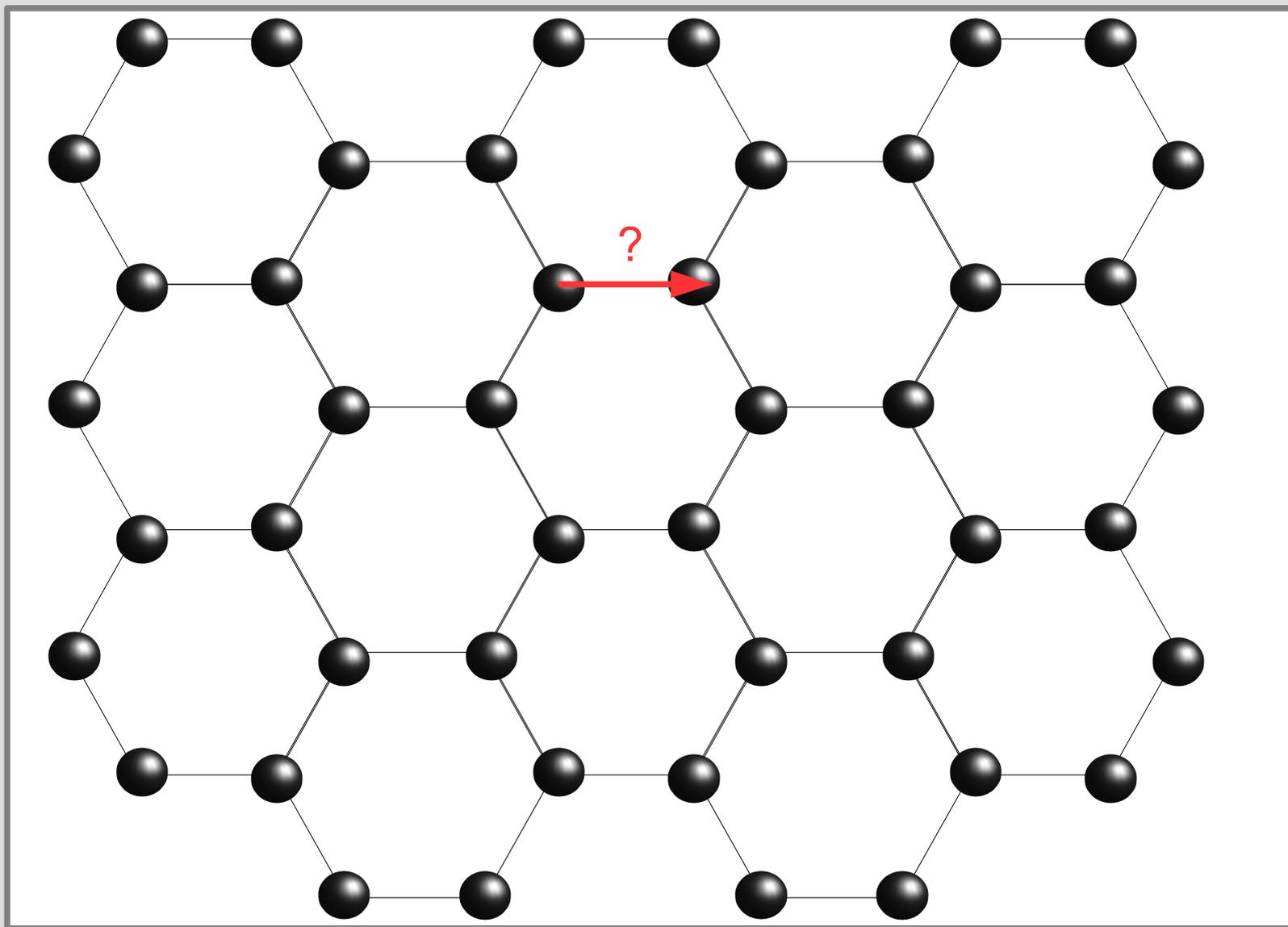
Решетка и базис: пример 1



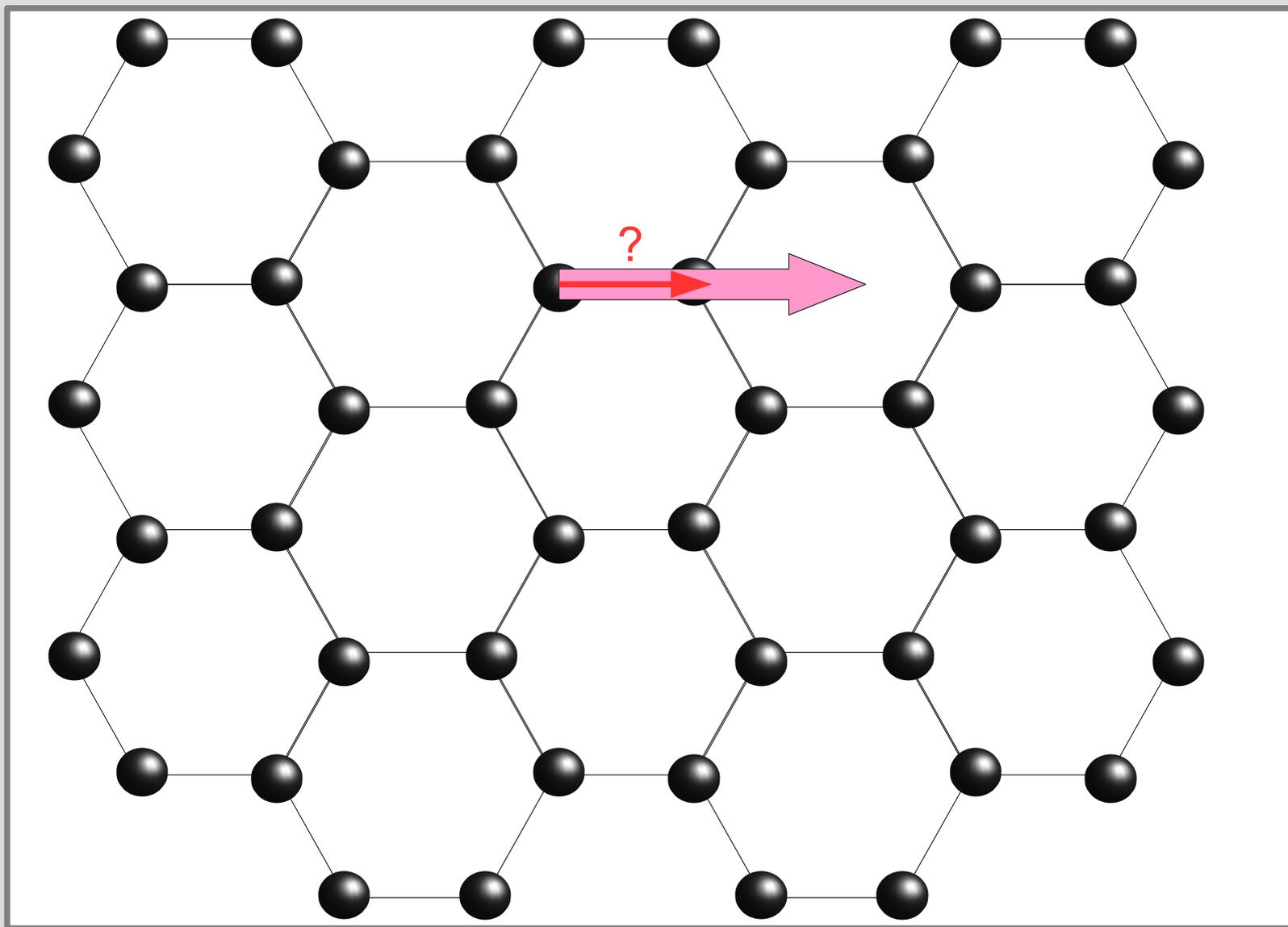
Решетка и базис: пример 2



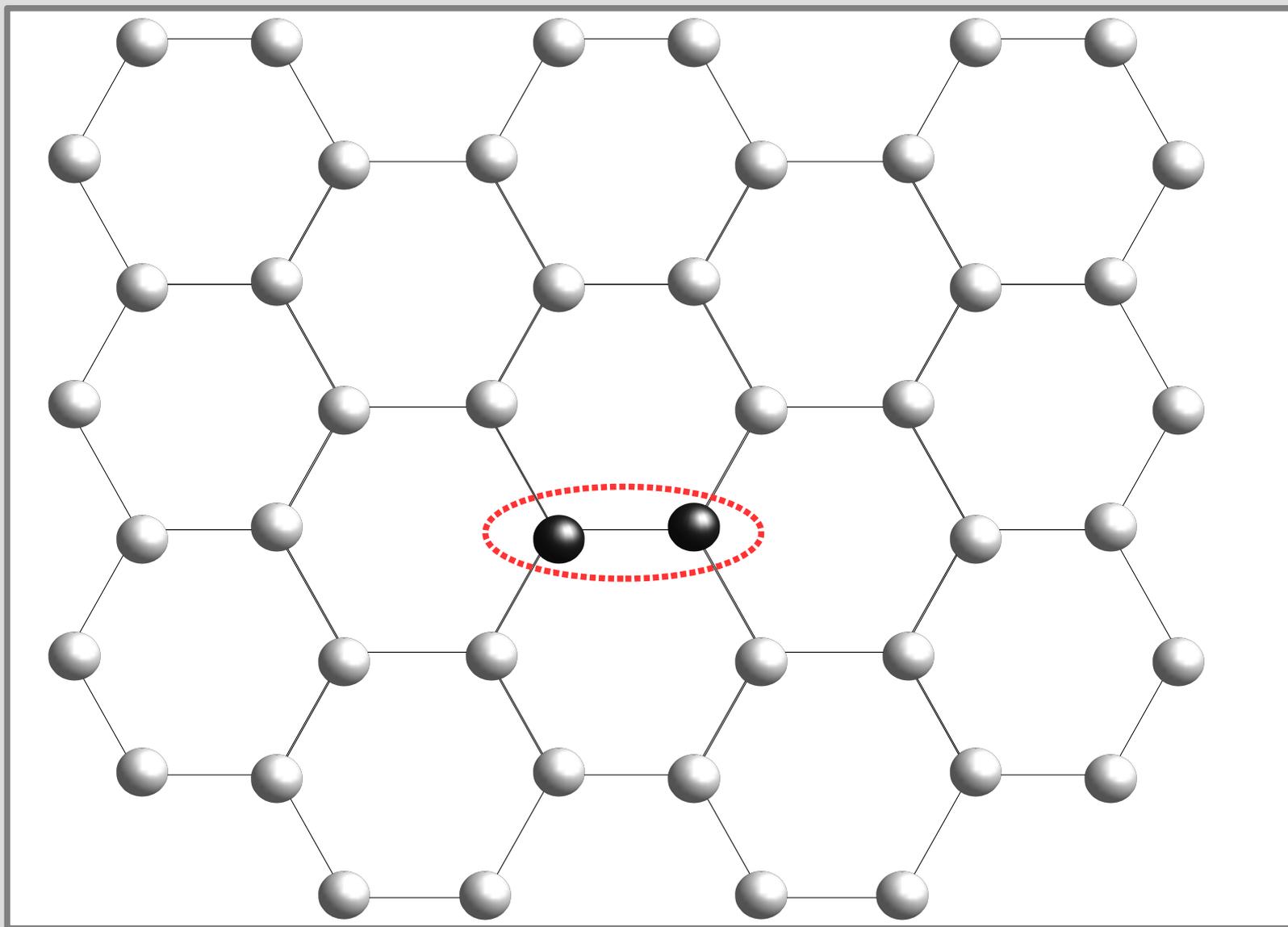
Решетка и базис: пример 2



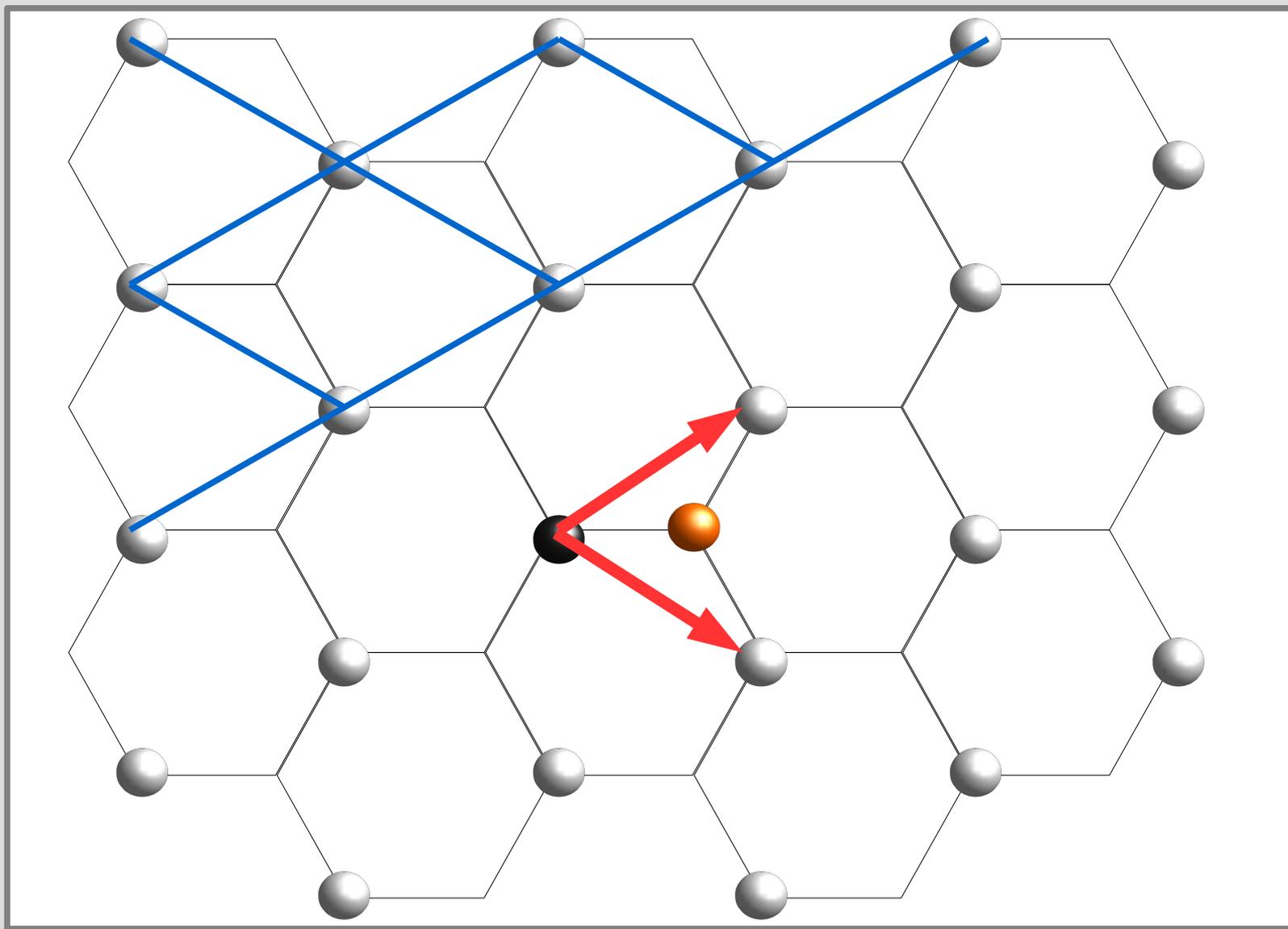
Решетка и базис: пример 2



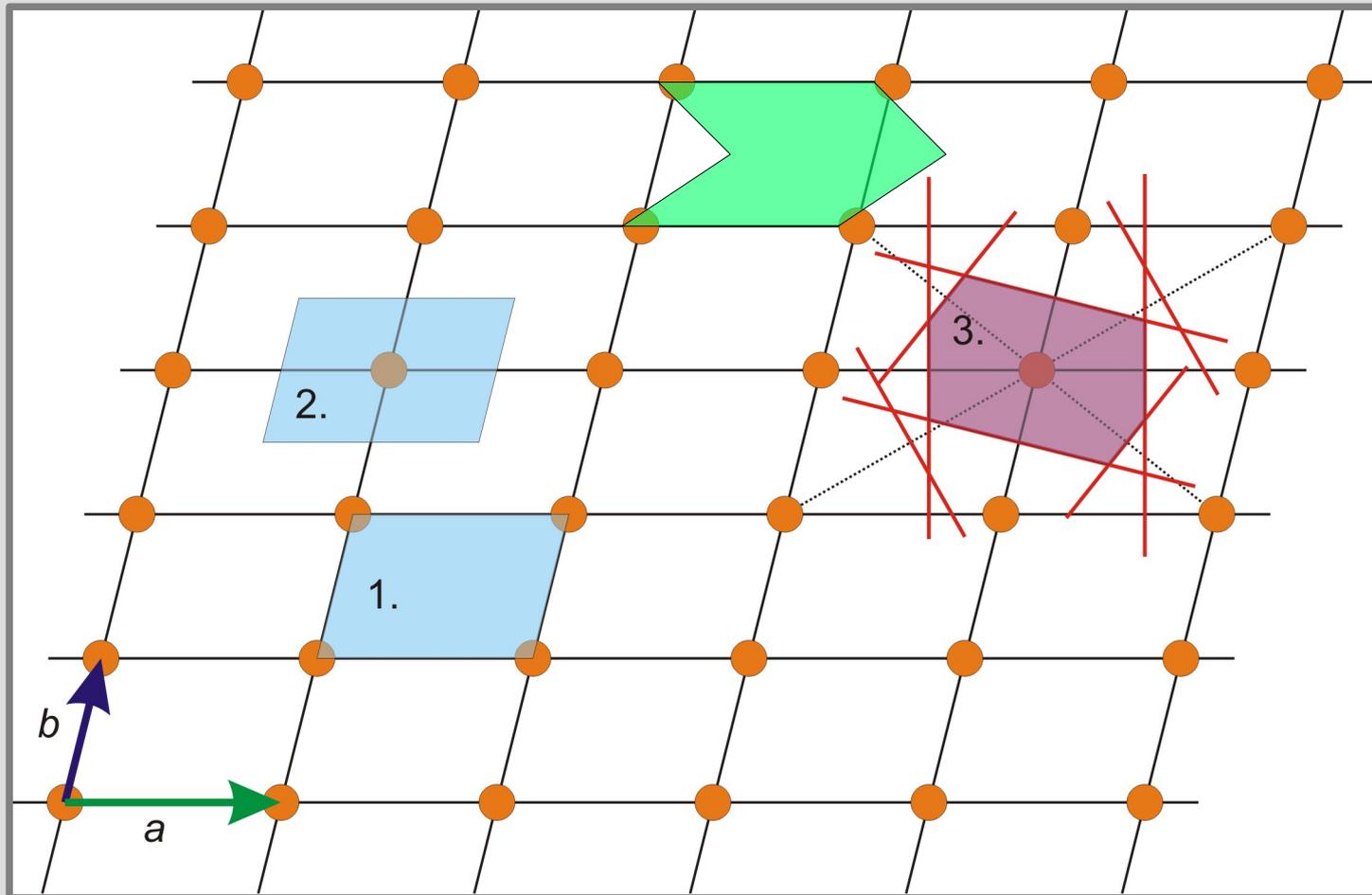
Решетка и базис: пример 2



Решетка и базис: пример 2



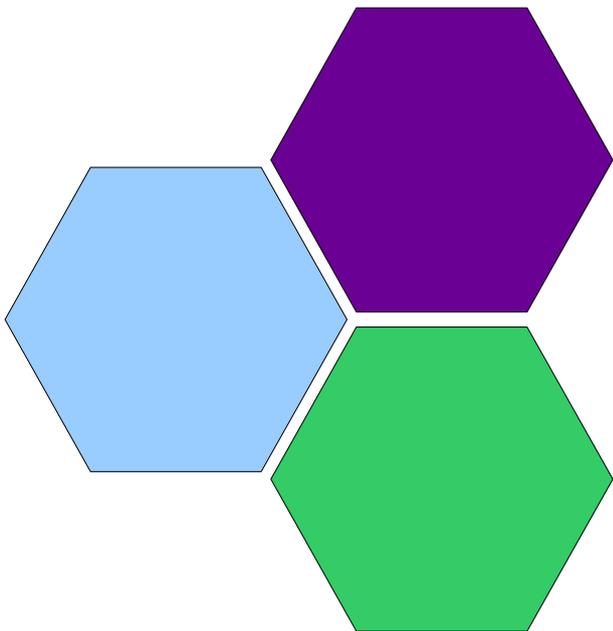
Элементарная ячейка.



Другие операции симметрии.

Кристаллы могут обладать и другими симметриями:

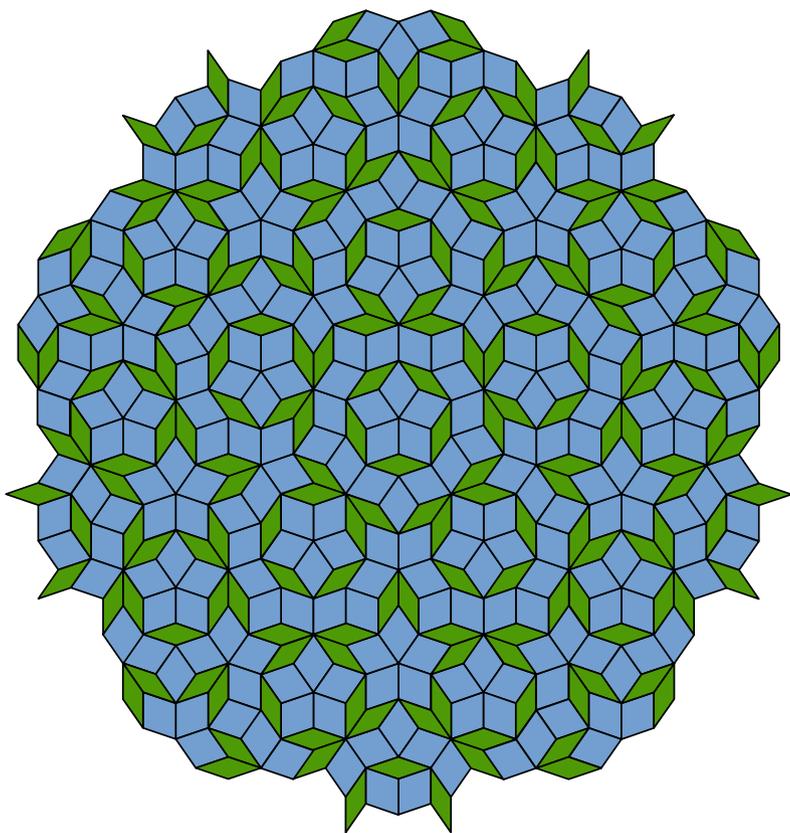
- инверсия,
- оси вращения,
- плоскости отражения.



Но: Всего существует 230 пространственных групп симметрии.

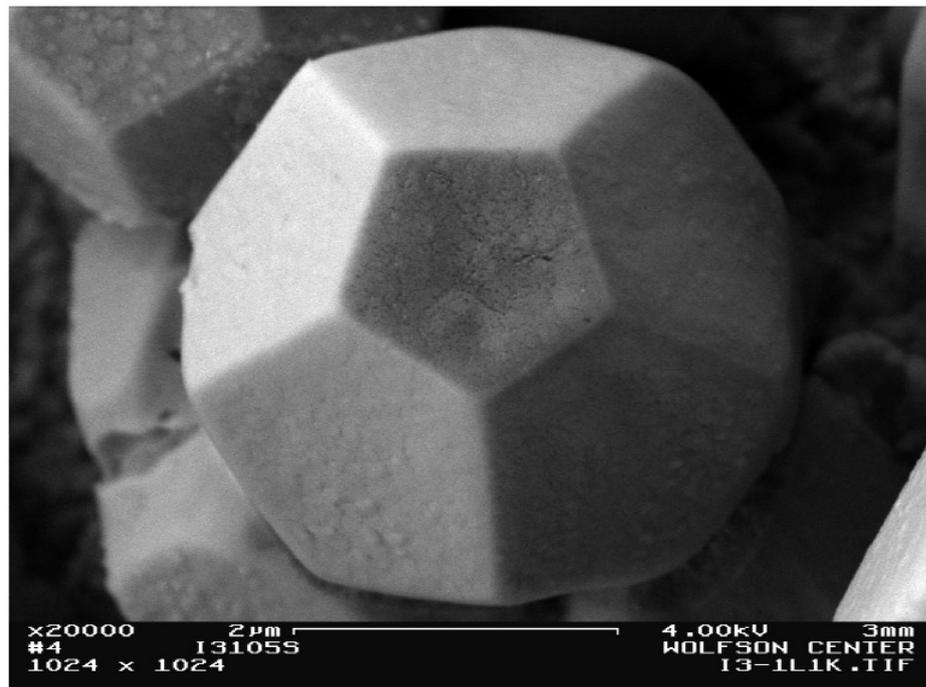
Сочетание с трансляциями накладывает ограничение: возможны только оси 2,3,4 и 6 порядка.

Квазикристаллы: есть ось 5 порядка, но нет трансляционной инвариантности



https://en.wikipedia.org/wiki/Penrose_tiling

A quasi-periodic crystal of the system Mg-Zn-Ce



Из слайдов нобелевской лекции Д.Шехтмана, С сайта <http://www.nobelprize.org>

И в результате получаем...



Естественная огранка кристаллов. С сайта Минералогического музея РАН.

Верхний ряд: (слева) благородная шпинель, (справа) топаз. Нижний ряд: (слева) топаз, (справа) рутил.

А если кристалл растёт достаточно долго...

Это человек.
И это не фотошоп.



Гигантские кристаллы гипса (селенит, структурная разновидность гипса, $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) из "Пещеры кристаллов" в шахтном комплексе Найка (Мексика). Фото из статьи в журнале National Geographic

Giant Crystal Cave Comes to Light , <http://news.nationalgeographic.com/news/2007/04/photogalleries/giant-crystals-cave/index.html>

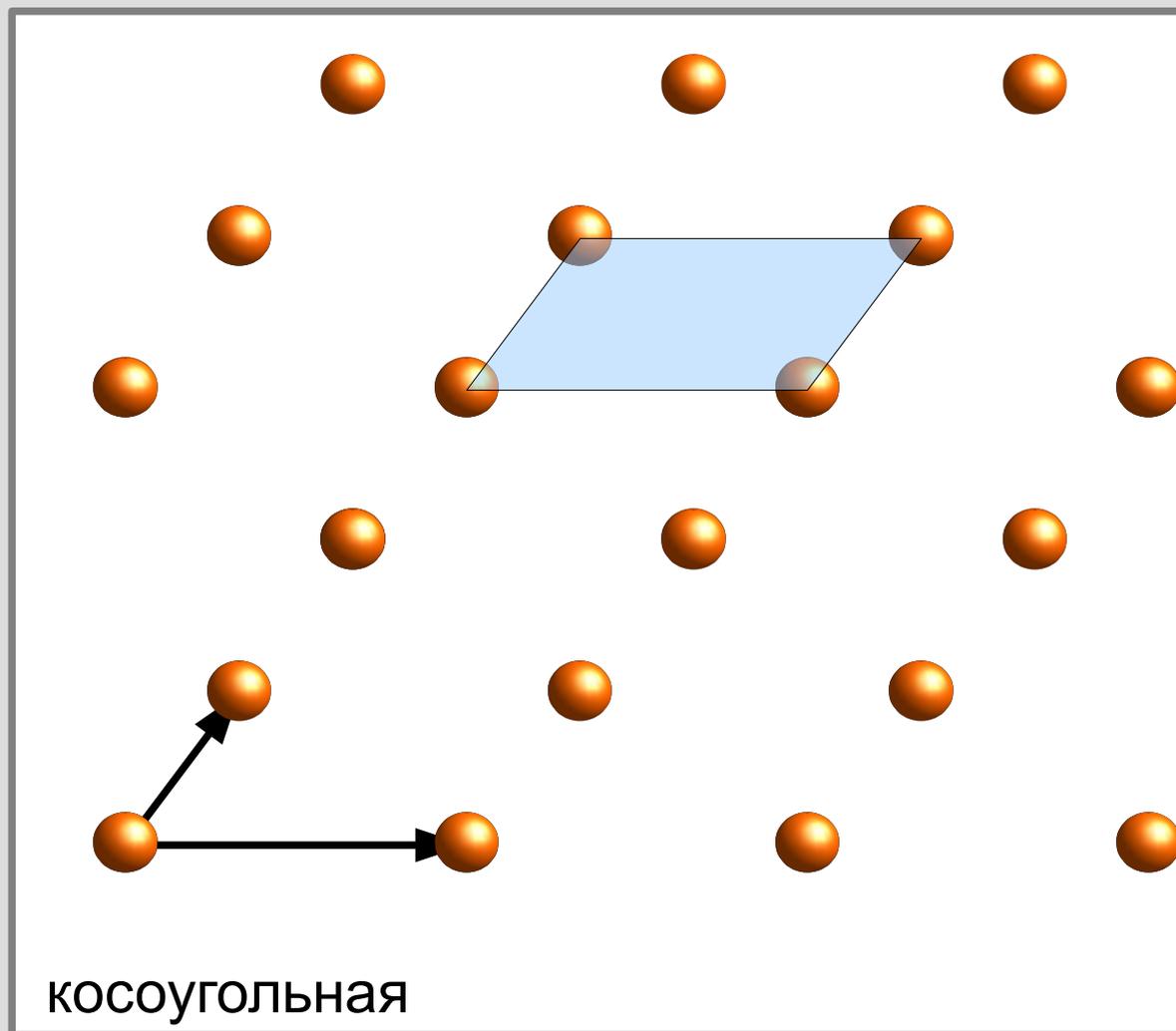
И в человеческих силах...



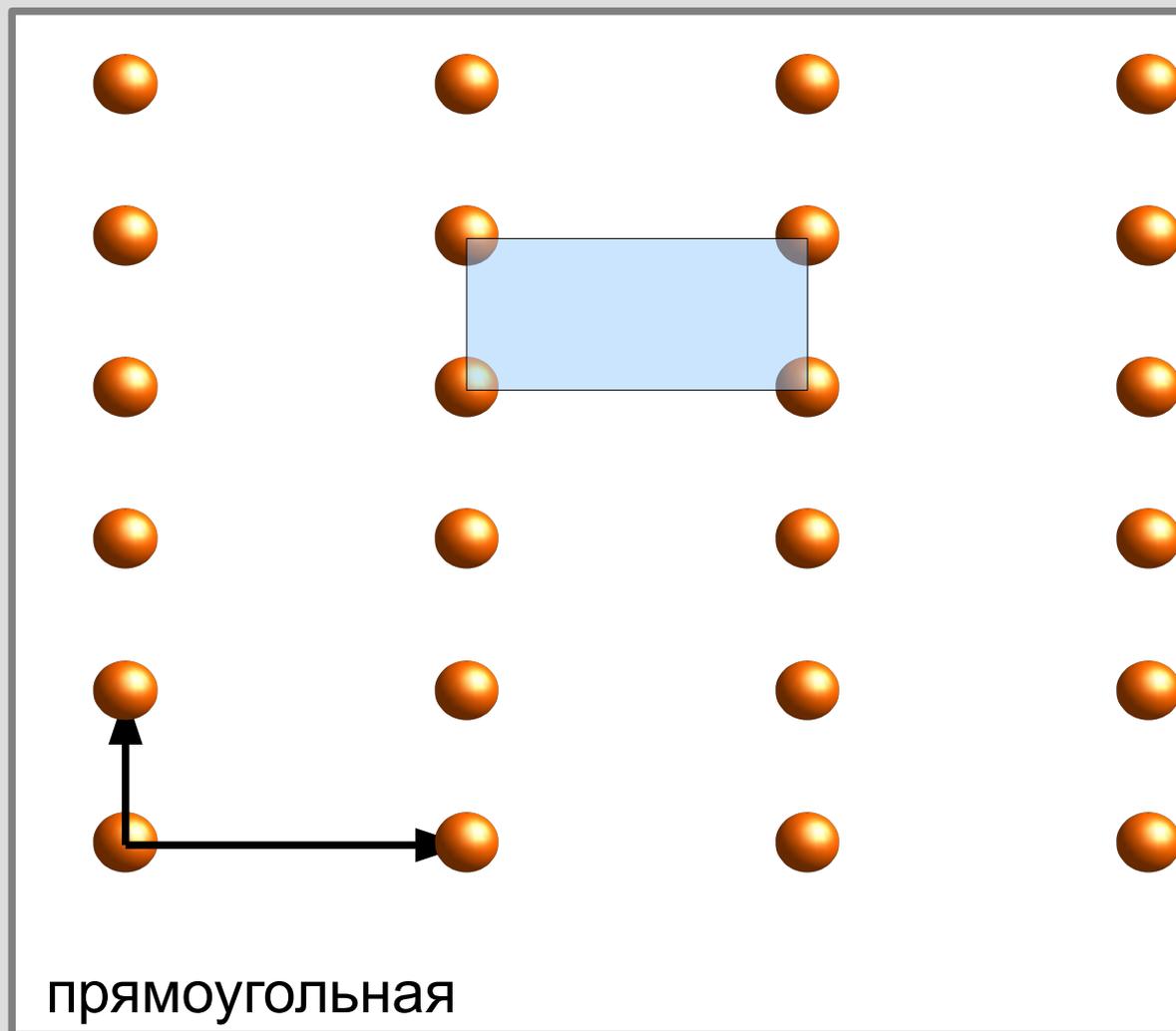
https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/iss/kap_5/illustr/i5_3_1.html

Двумерные решётки Браве

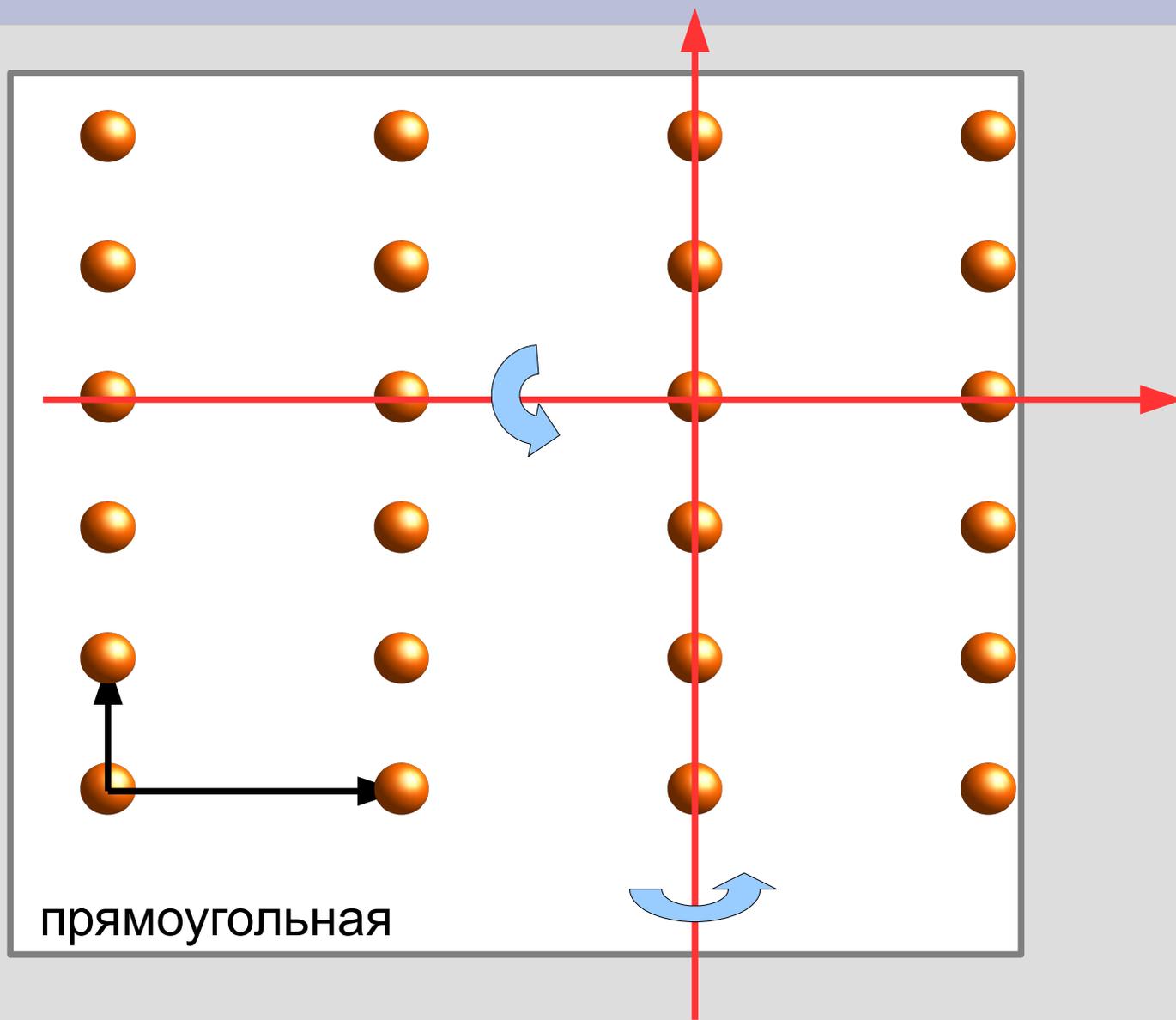
Двумерные решётки Браве



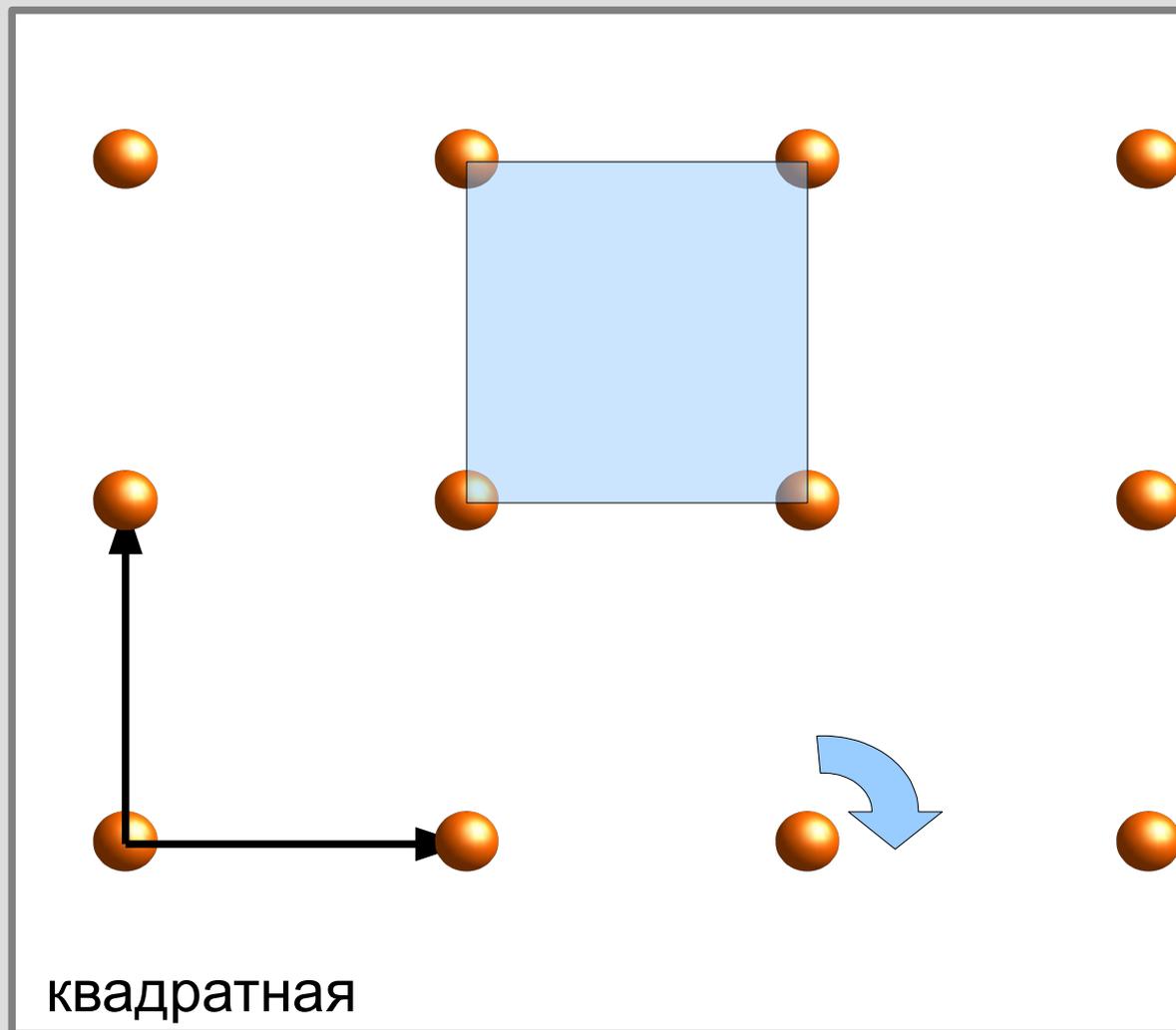
Двумерные решётки Браве



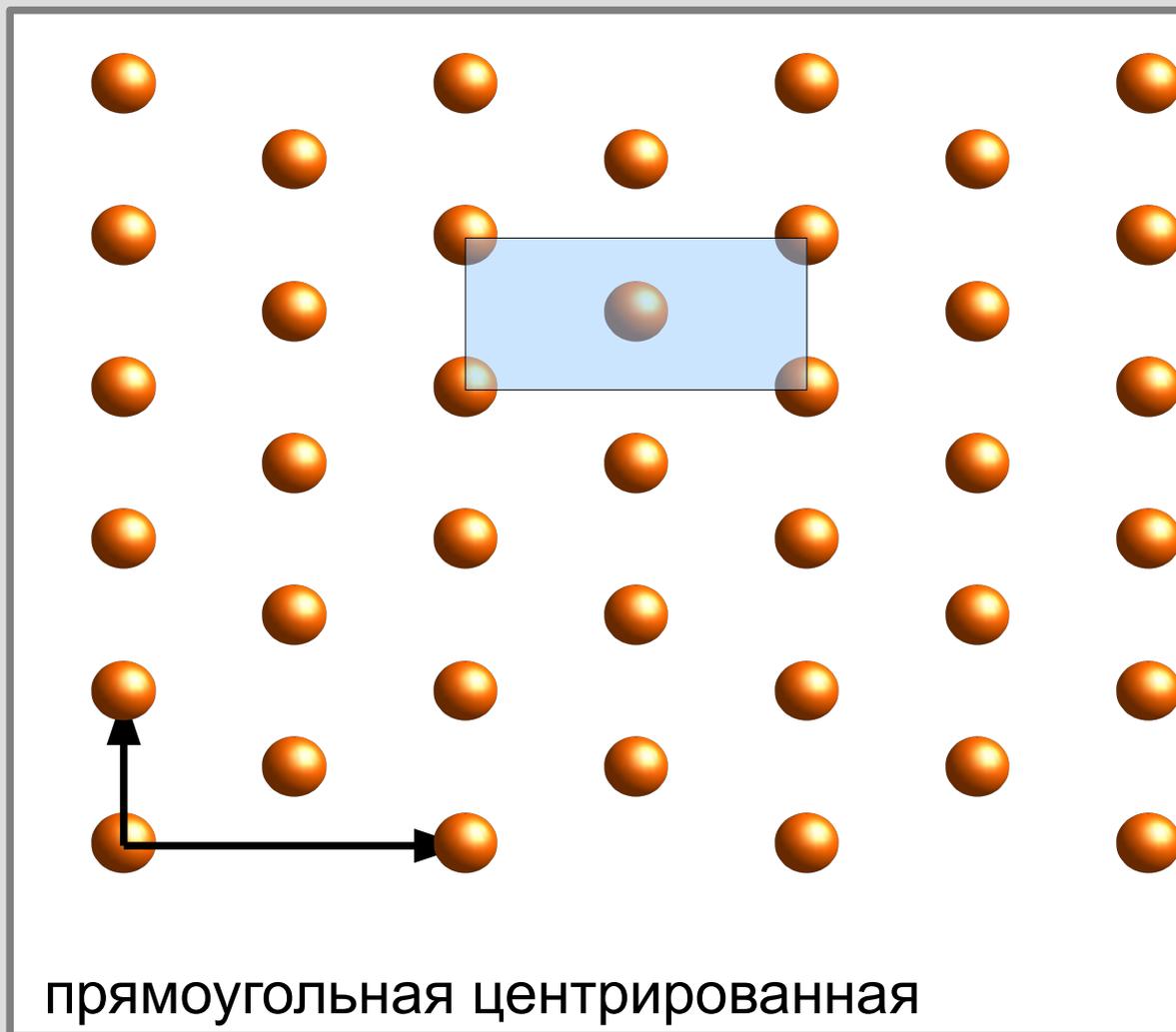
Двумерные решётки Браве



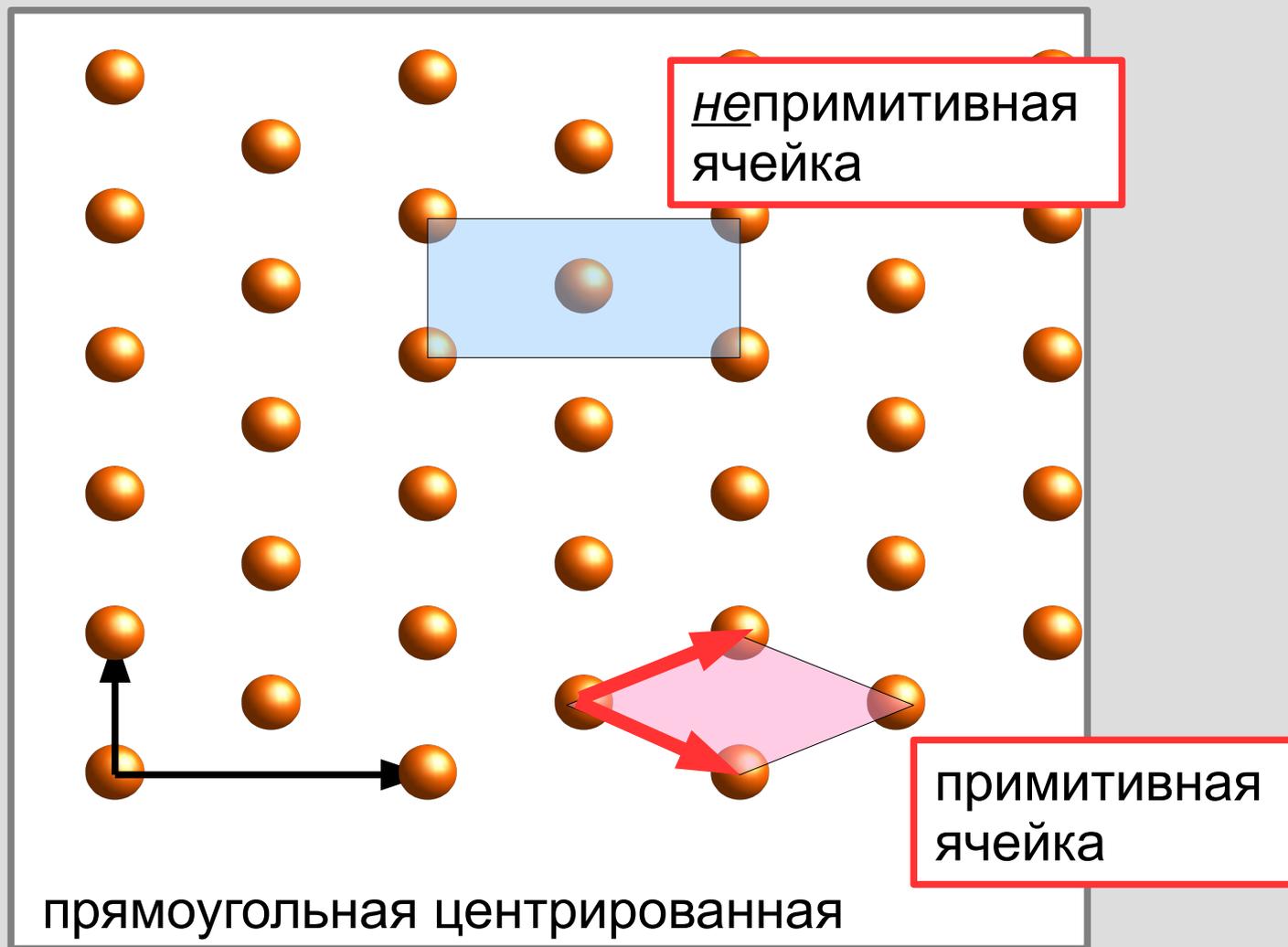
Двумерные решётки Браве



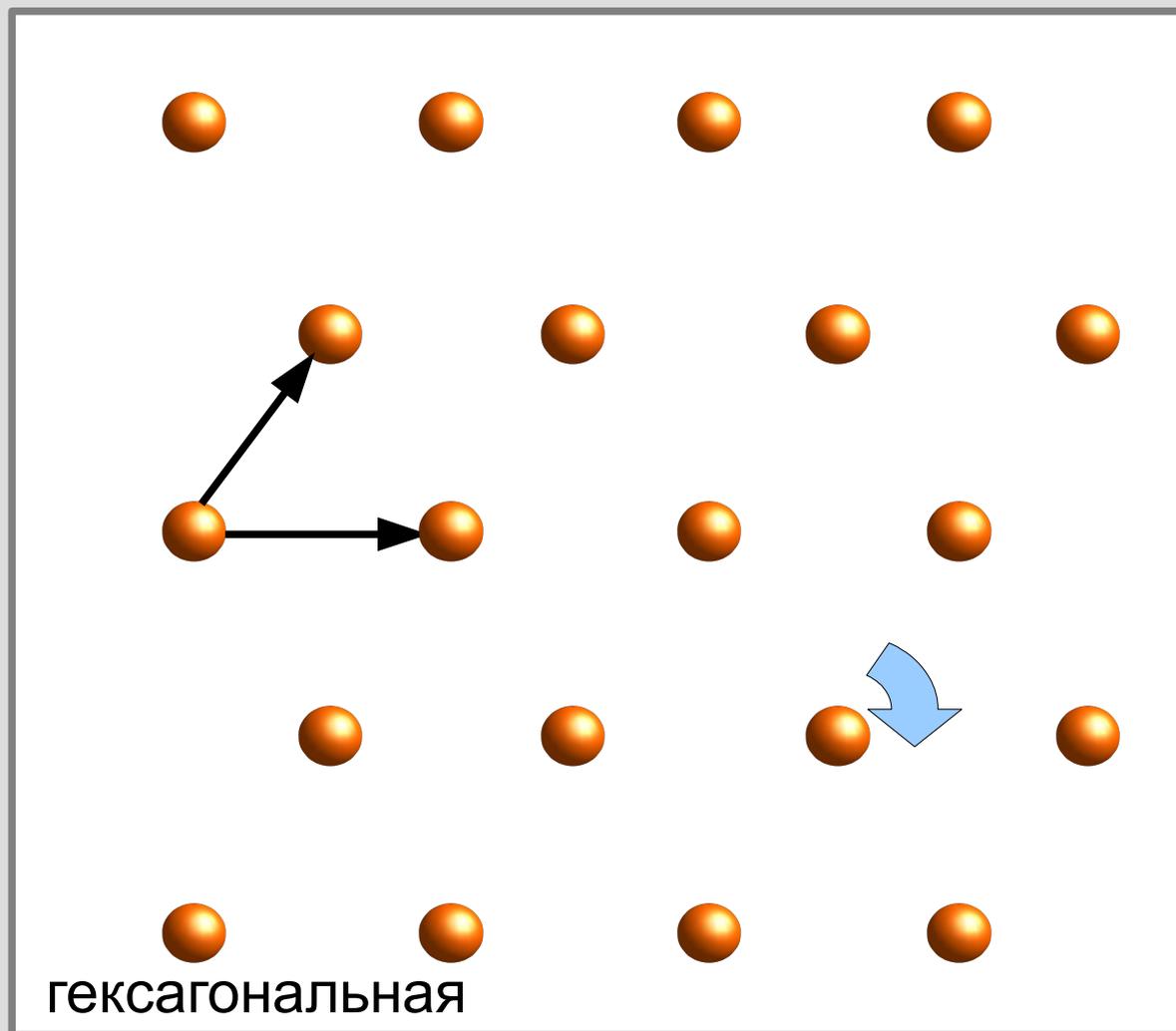
Двумерные решётки Браве



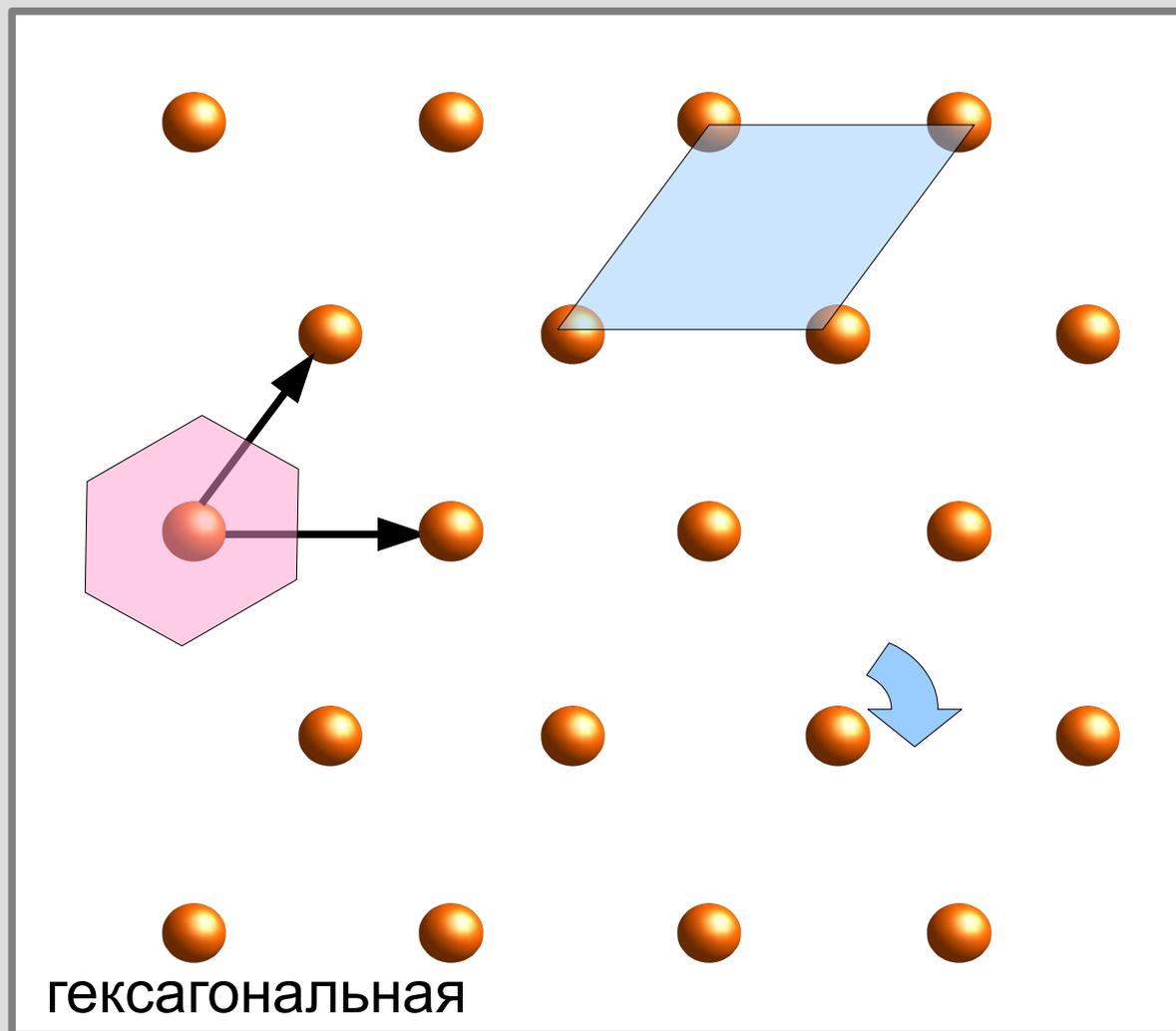
Двумерные решётки Браве



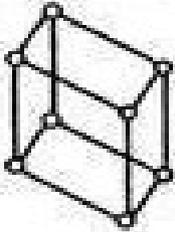
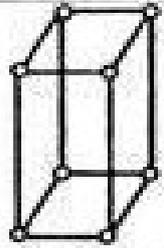
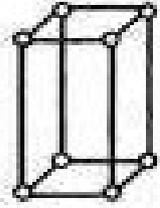
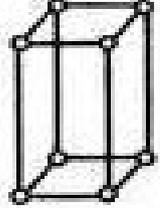
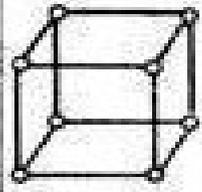
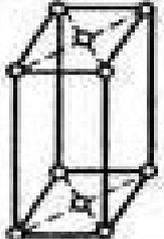
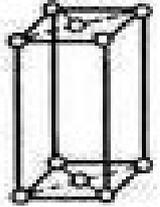
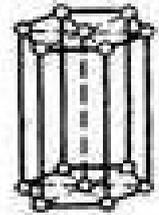
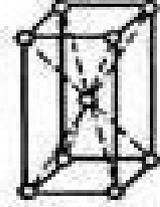
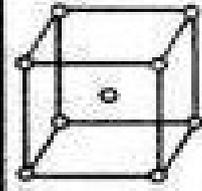
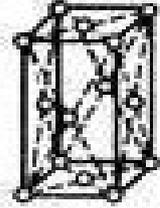
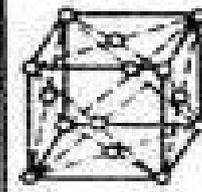
Двумерные решётки Браве



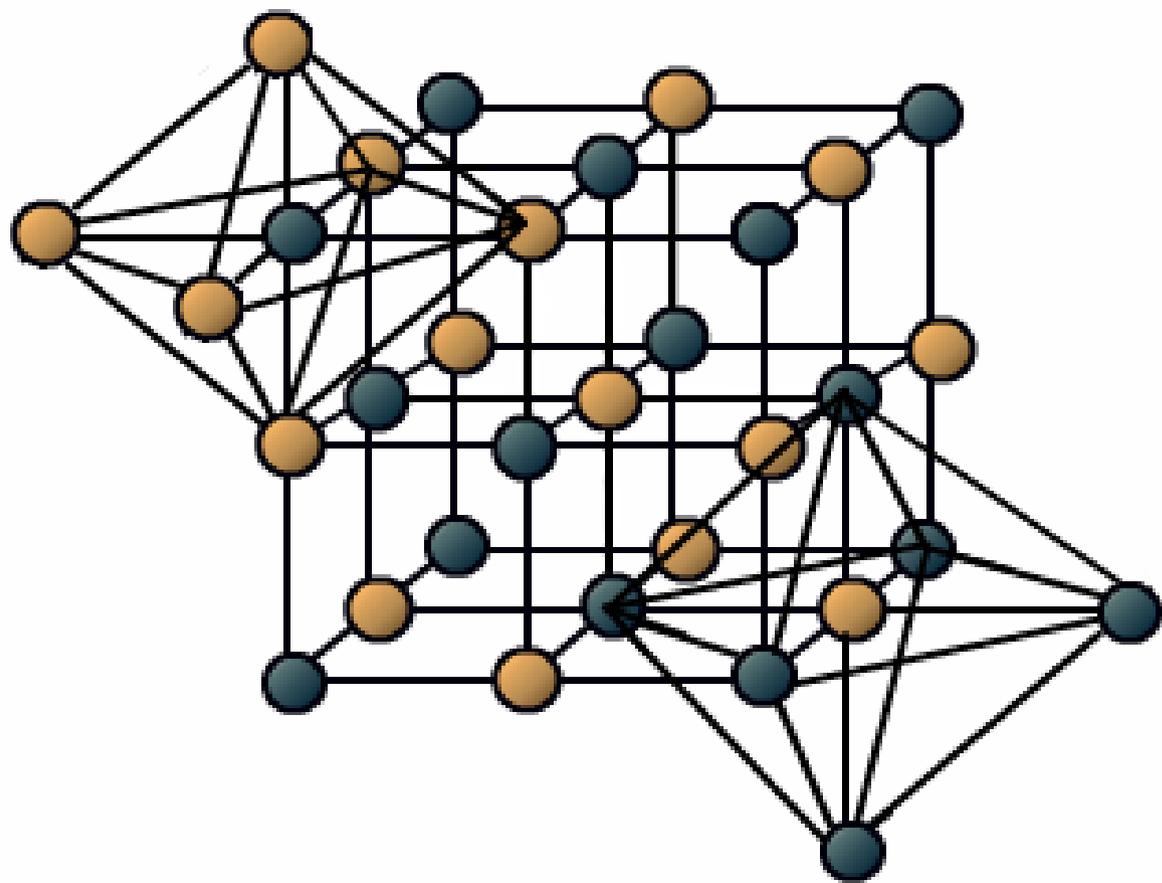
Двумерные решётки Браве



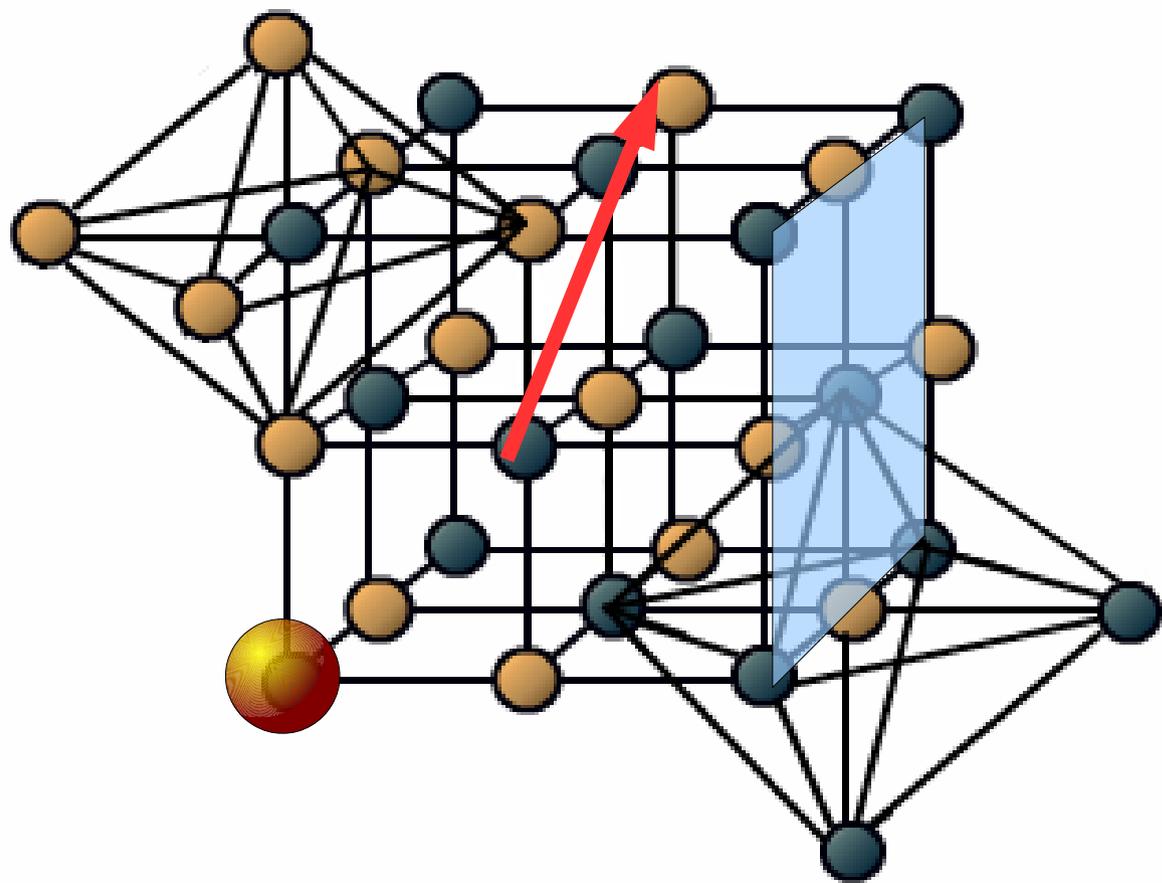
Решётки Браве в 3D.

Сингония Тип решетки	Три- клинная	Моно- клинная	Ромби- ческая	Тетраго- нальная	Триго- нальная (ромбоэд- рическая)	Гексаго- нальная	Куби- ческая
Примитивный							
Базоцентри- рованный							
Объемноцен- трированный							
Гранецентри- рованный							

Описание позиций, направлений и плоскостей в кристалле.



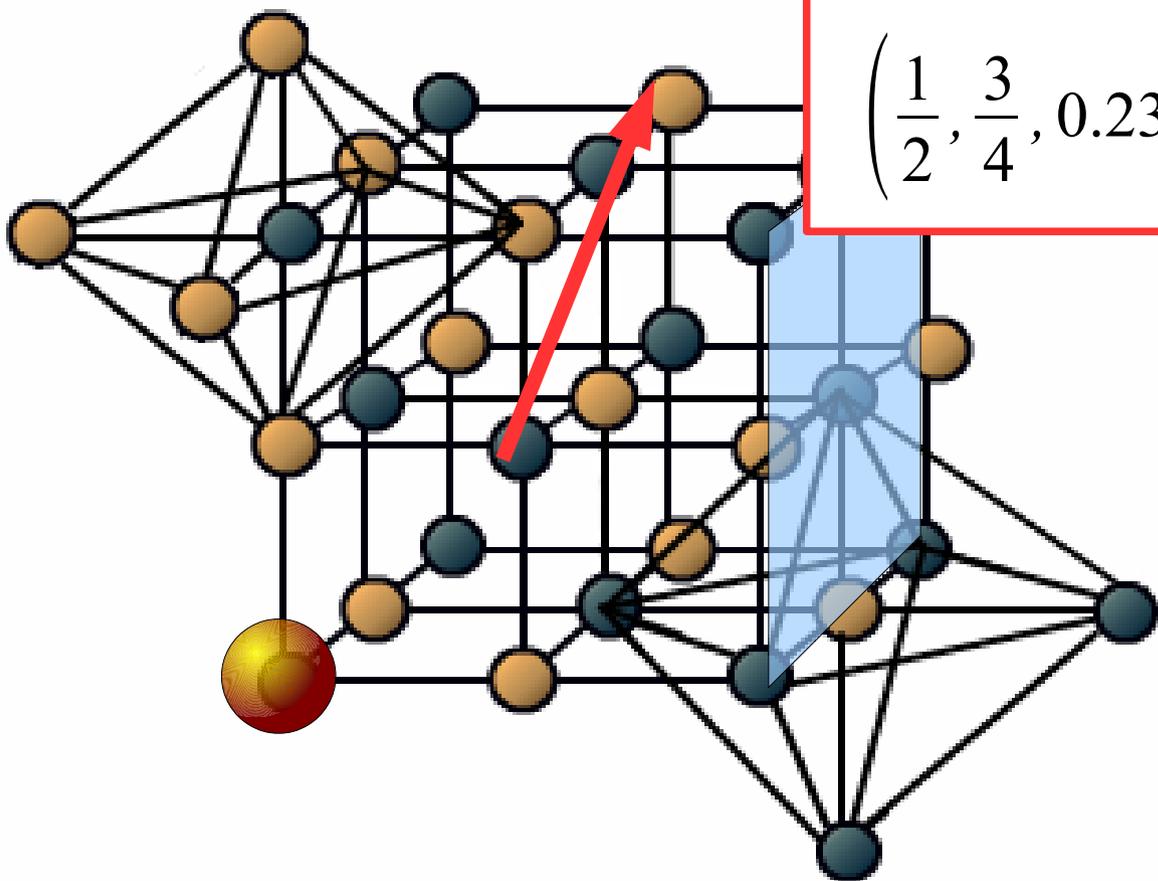
Описание позиций, направлений и плоскостей в кристалле.



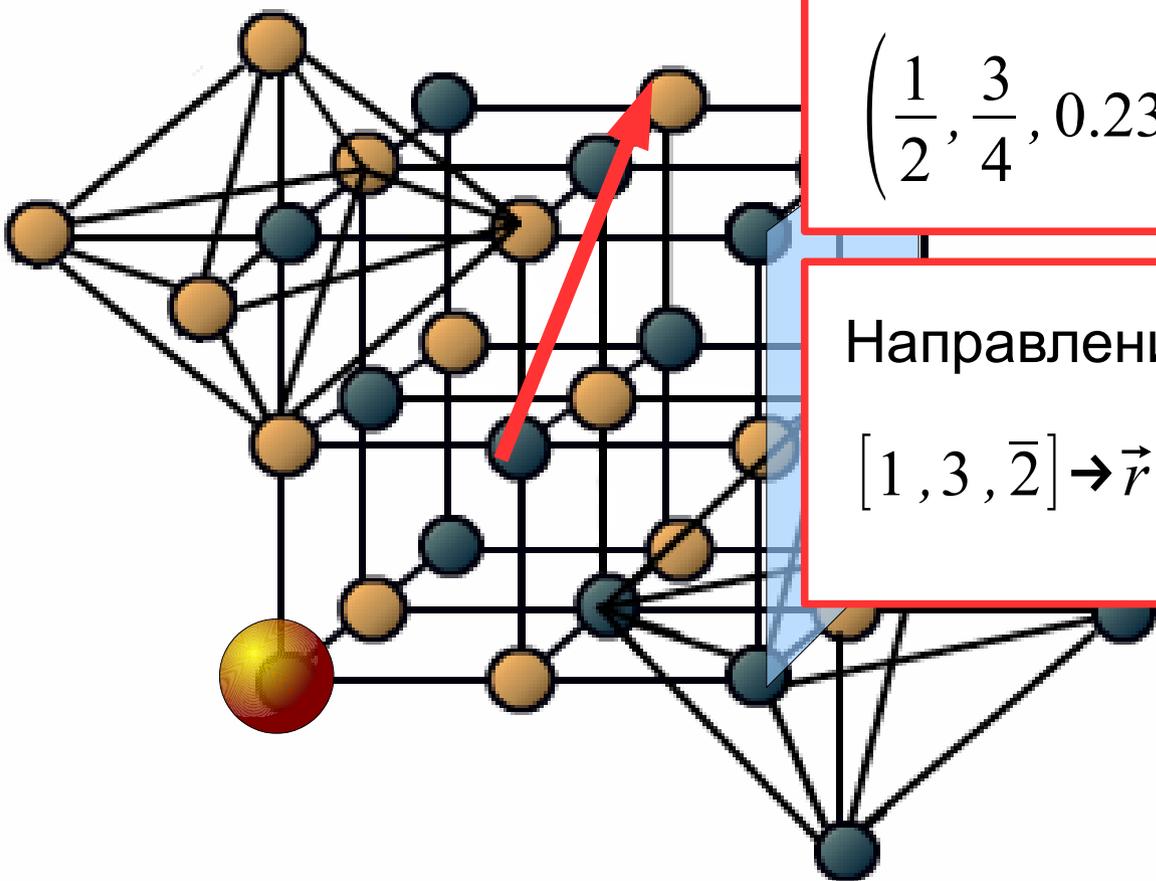
Описание позиций, направлений и плоскостей в кристалле.

Положение атома:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 0.234\right) \rightarrow \vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b} + 0.234\vec{c}$$



Описание позиций, направлений и плоскостей в кристалле.



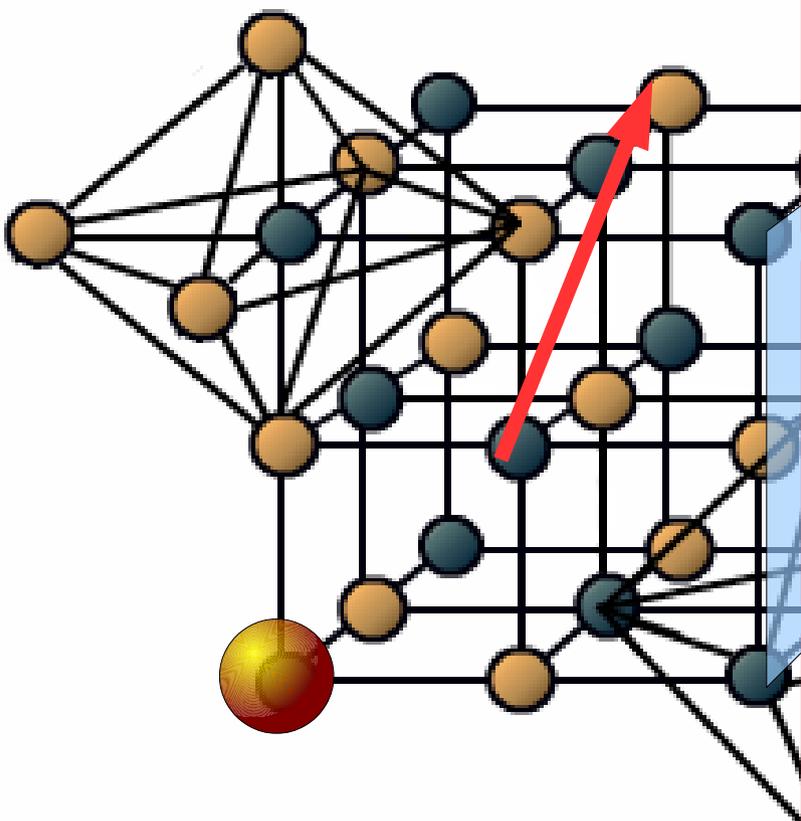
Положение атома:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 0.234\right) \rightarrow \vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b} + 0.234\vec{c}$$

Направление относительно кристалла:

$$[1, 3, \bar{2}] \rightarrow \vec{r} = 1\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$$

Описание позиций, направлений и плоскостей в кристалле.



Положение атома:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 0.234\right) \rightarrow \vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b} + 0.234\vec{c}$$

Направление относительно кристалла:

$$[1, 3, \bar{2}] \rightarrow \vec{r} = 1\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$$

Плоскость в кристалле:

индексы Миллера (h/k)

Индексы Миллера.

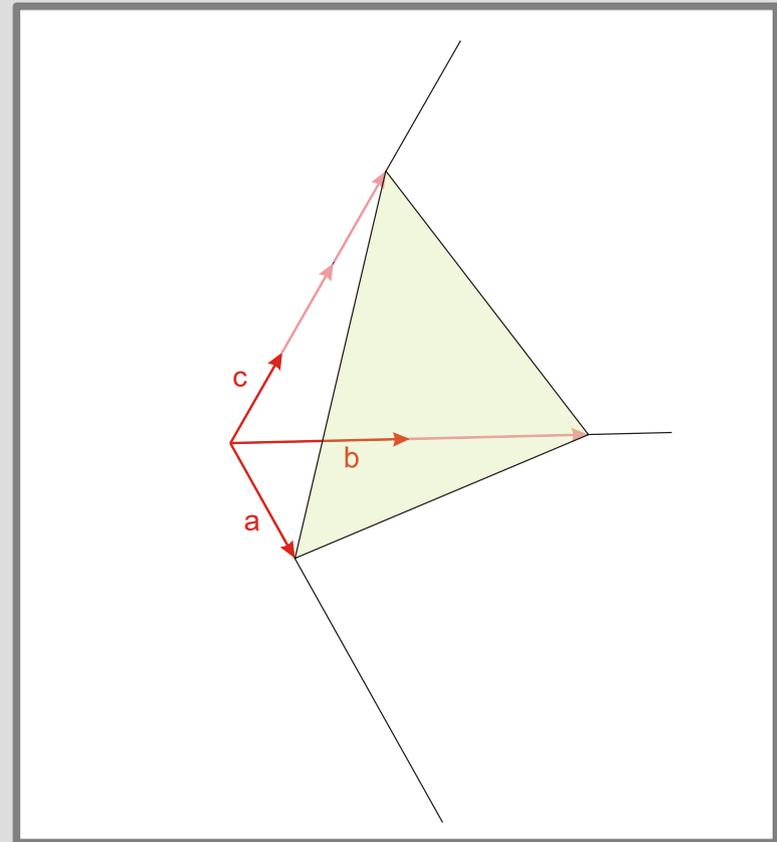
Алгоритм:

- построить плоскость до пересечения с кристаллографическими осями координат
- определить какие отрезки отсекаются от осей координат
- взять обратные числа
- привести их к наименьшему целому, кратному этим числам

Индексы Миллера.

Алгоритм:

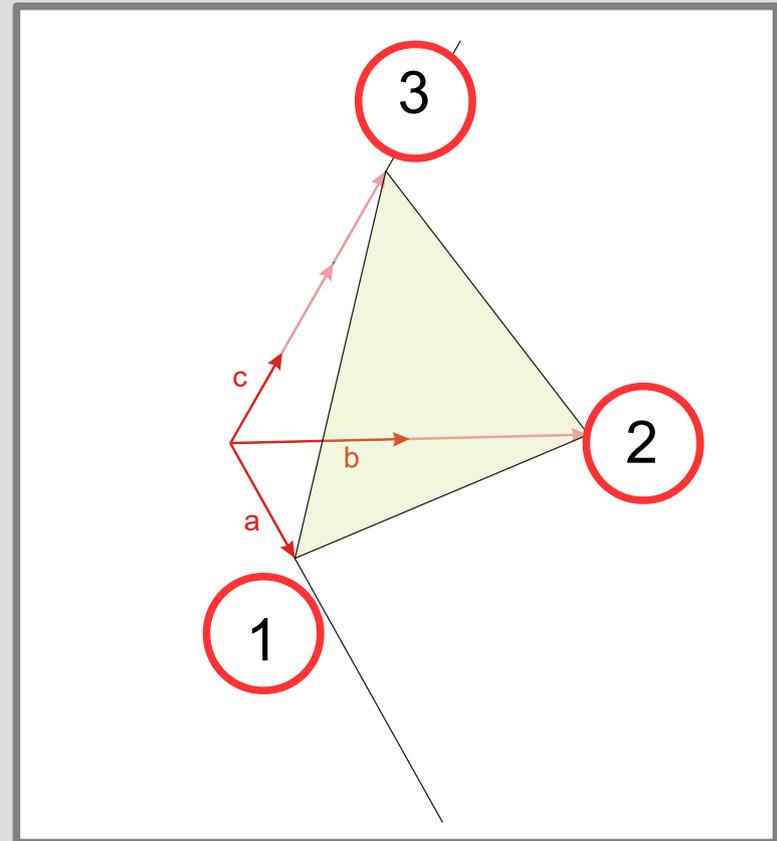
- построить плоскость до пересечения с кристаллографическими осями координат
- определить какие отрезки отсекаются от осей координат
- взять обратные числа
- привести их к наименьшему целому, кратному этим числам



Индексы Миллера.

Алгоритм:

- построить плоскость до пересечения с кристаллографическими осями координат
- определить какие отрезки отсекаются от осей координат
- взять обратные числа
- привести их к наименьшему целому, кратному этим числам

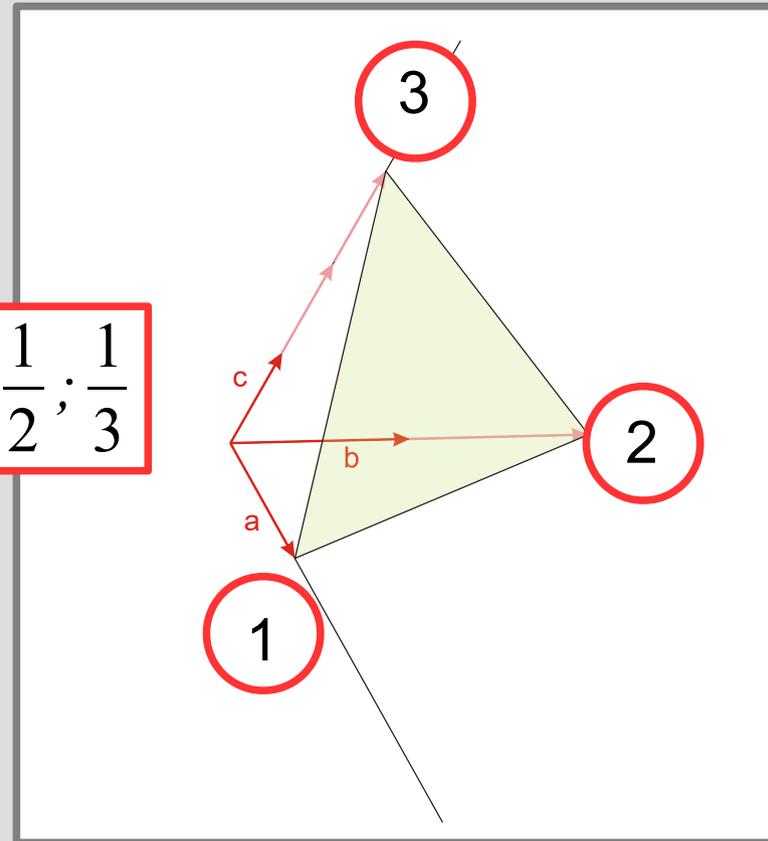


Индексы Миллера.

Алгоритм:

- построить плоскость до пересечения с кристаллографическими осями координат
- определить какие отрезки отсекаются от осей координат
- взять обратные числа
- привести их к наименьшему целому, кратному этим числам

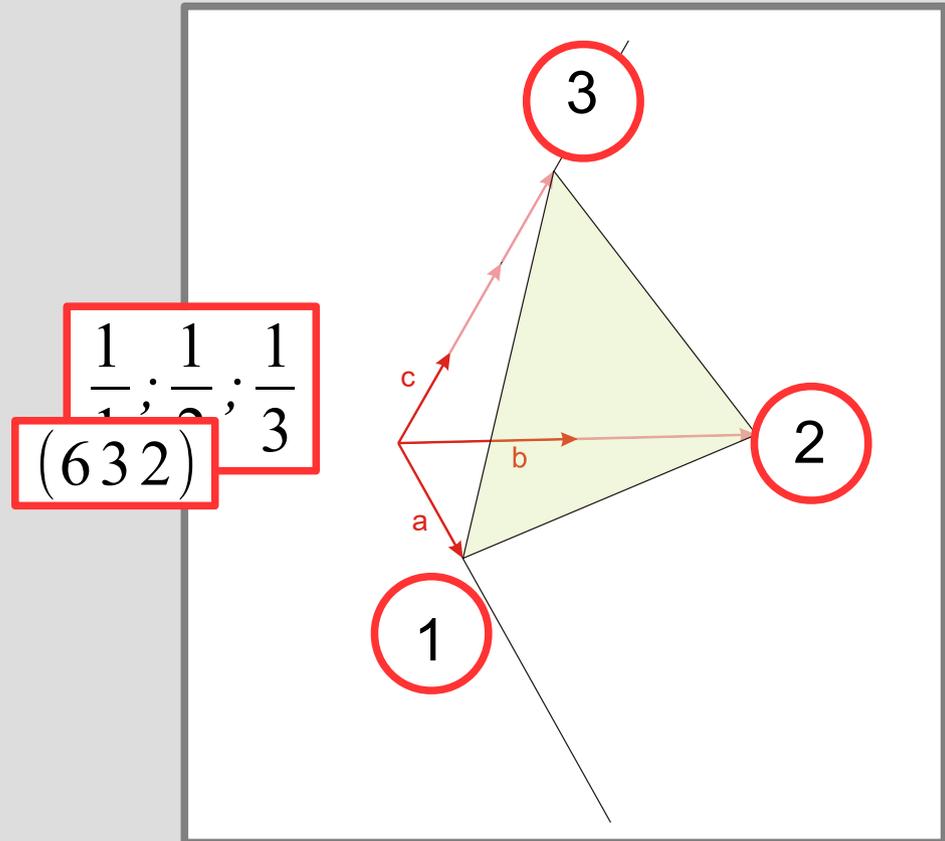
$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$$



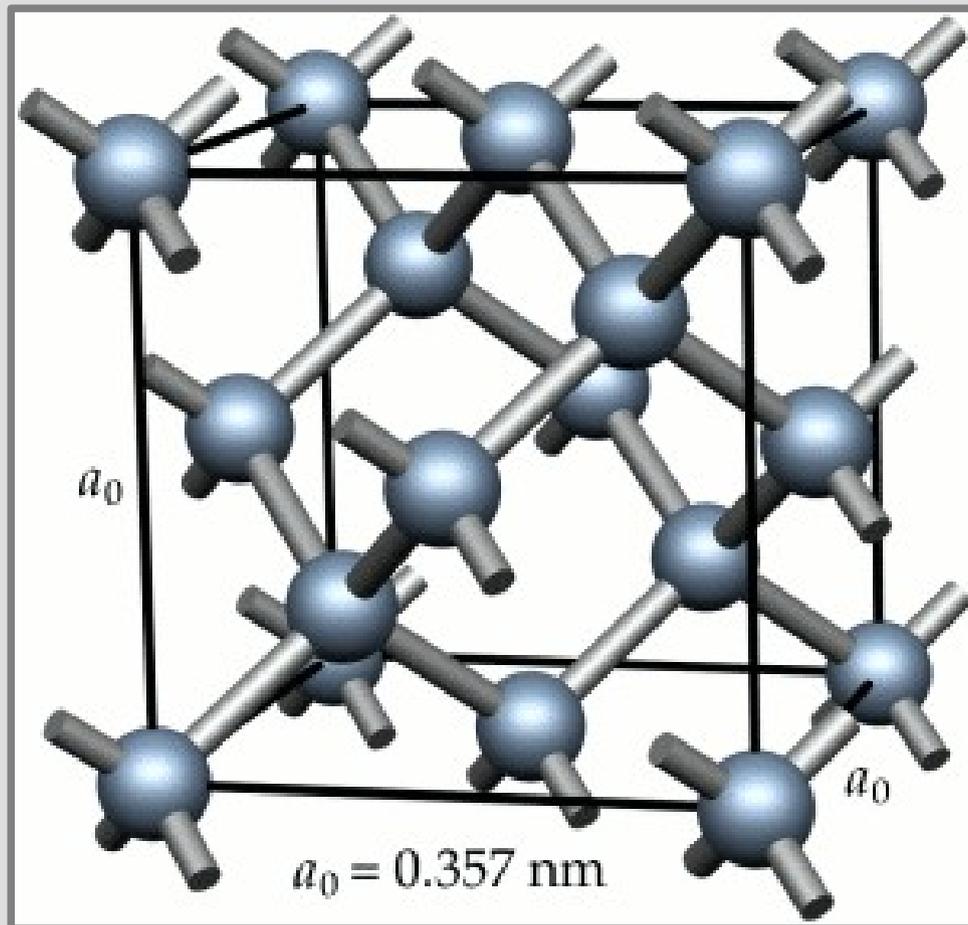
Индексы Миллера.

Алгоритм:

- построить плоскость до пересечения с кристаллографическими осями координат
- определить какие отрезки отсекаются от осей координат
- взять обратные числа
- привести их к наименьшему целому, кратному этим числам



Пример: Структура алмаза

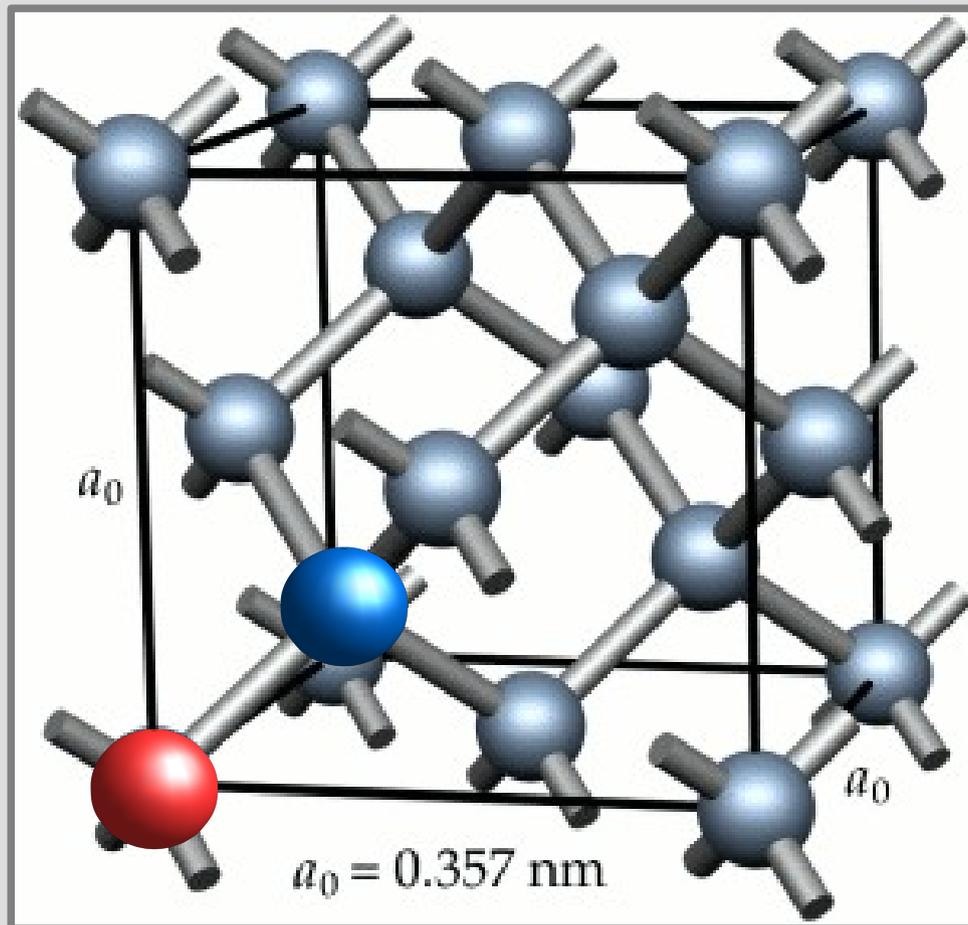


ГЦК решетка

Сторона элементарного куба 3.57 \AA .

Базис состоит из двух атомов углерода в позициях $(0;0;0)$ и $(1/4;1/4;1/4)$

Пример: Структура алмаза

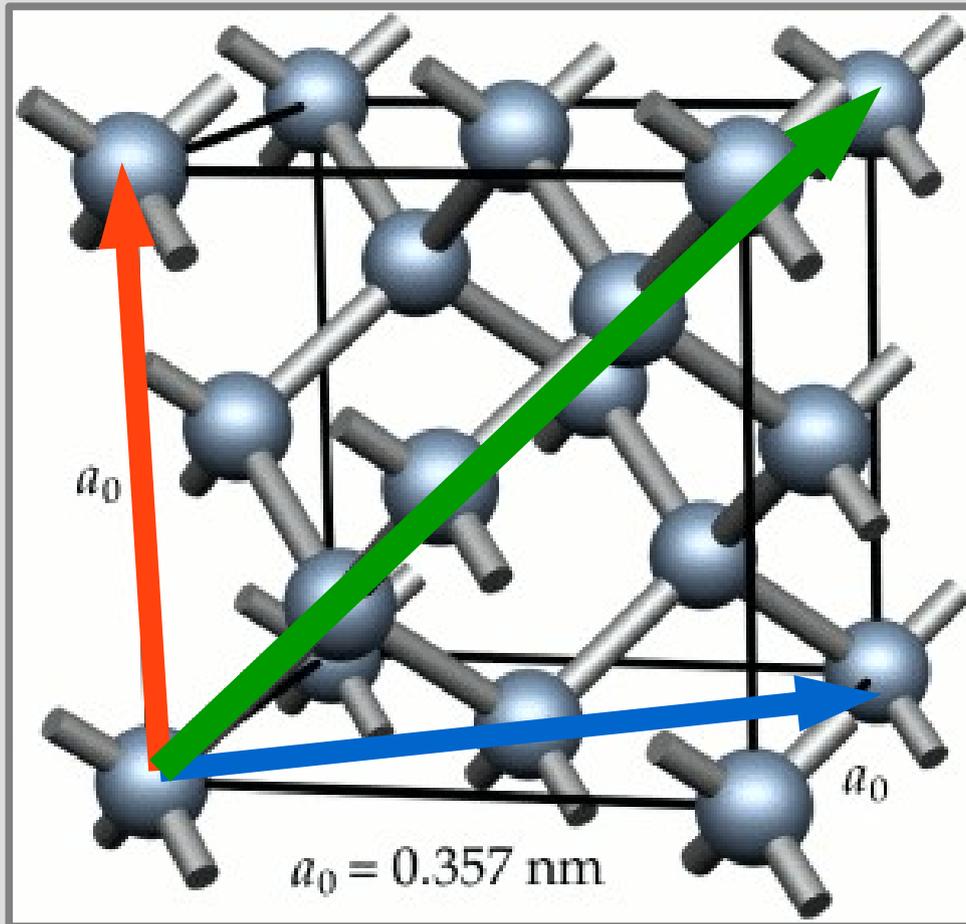


ГЦК решетка

Сторона элементарного куба 3.57 \AA .

Базис состоит из двух атомов углерода в позициях $(0;0;0)$ и $(1/4;1/4;1/4)$

Пример: Структура алмаза



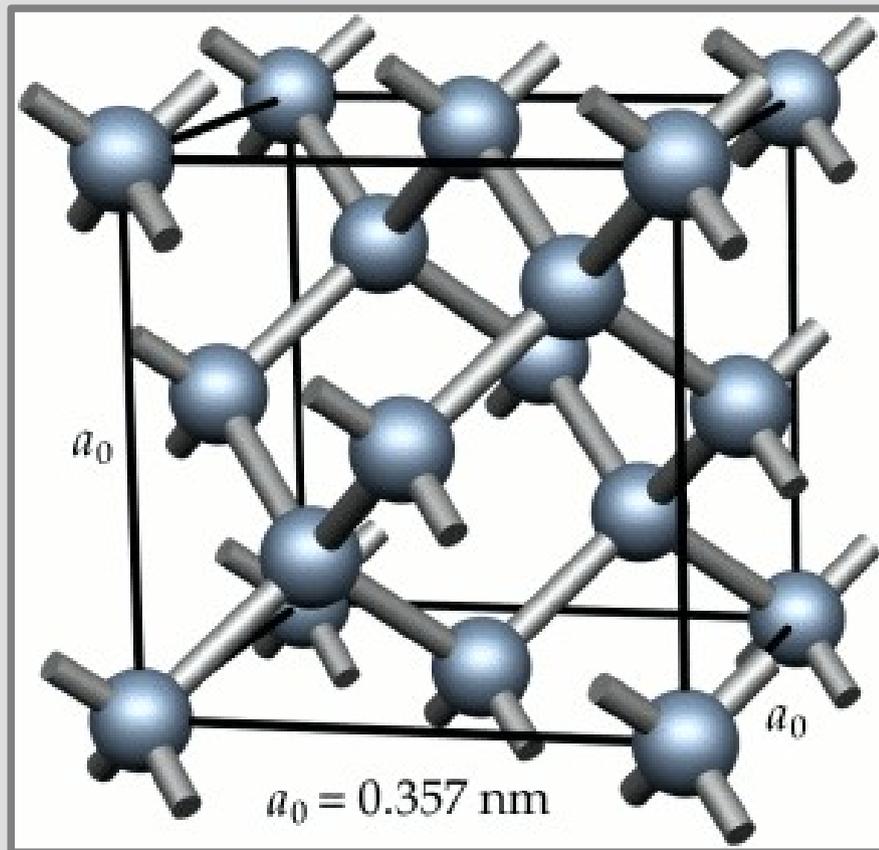
направления:

- [001]
- [110]
- [111]

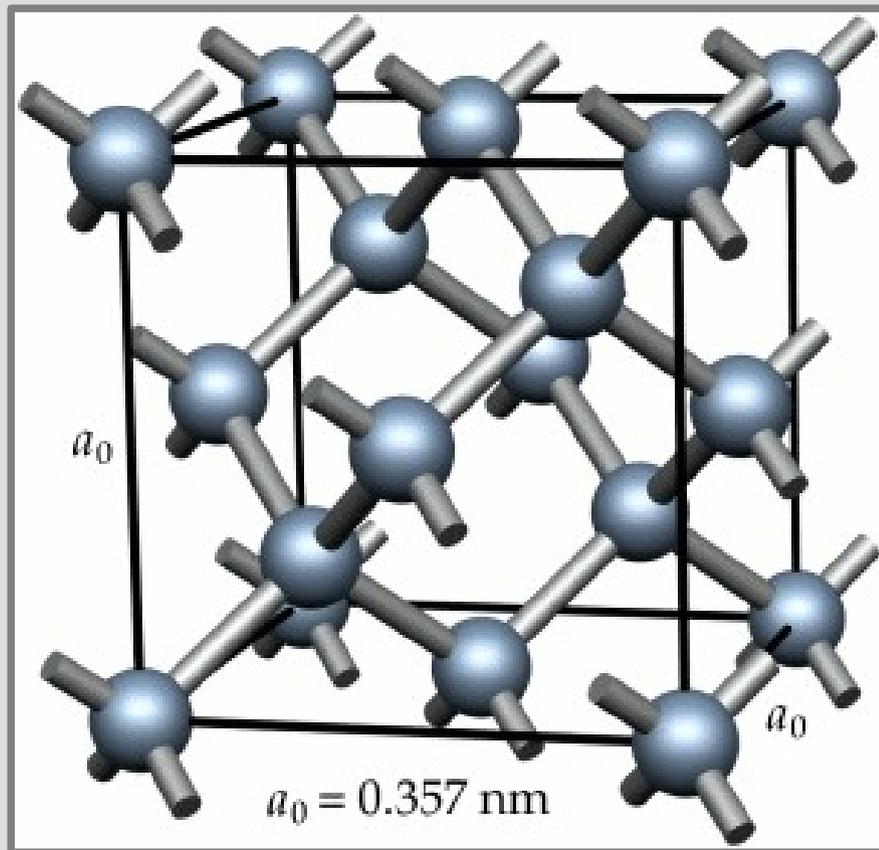
для кубических решеток
плоскости (nlm) нормальны к
направлениям $[nlm]$



Часть 2. Дифракция на кристалле.



Кристалл как дифракционная решетка



Рентгеновское
излучение, 10 кэВ

$$\lambda = \frac{hc}{E} \simeq 0.12 \text{ нм}$$

Тепловые нейтроны,
25 мэВ

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \simeq 0.18 \text{ нм}$$

Кристалл как дифракционная решетка

Рассеяние на
электронах

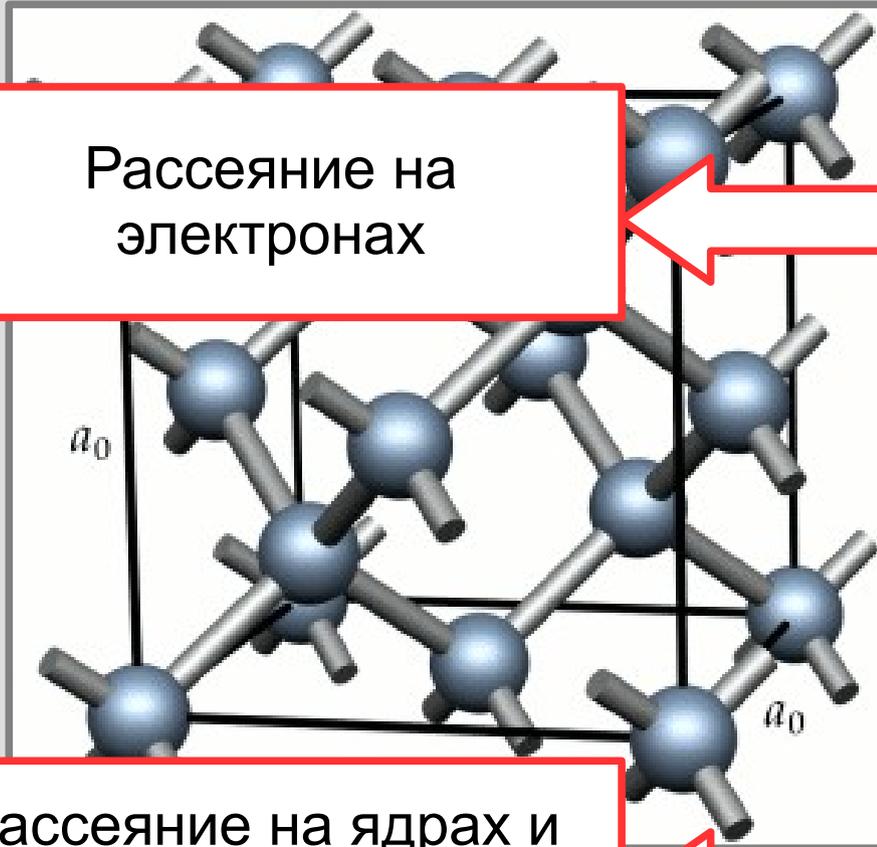
Рентгеновское
излучение, 10 кэВ

$$\lambda = \frac{hc}{E} \simeq 0.12 \text{ нм}$$

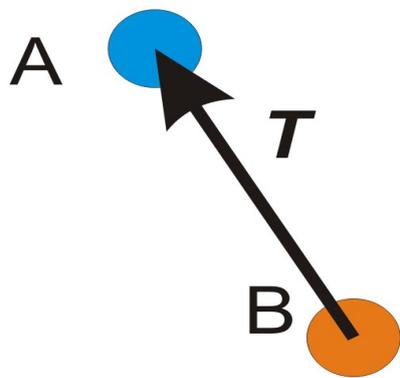
Рассеяние на ядрах и
на магнитных моментах
атомов

Тепловые нейтроны,
25 мэВ

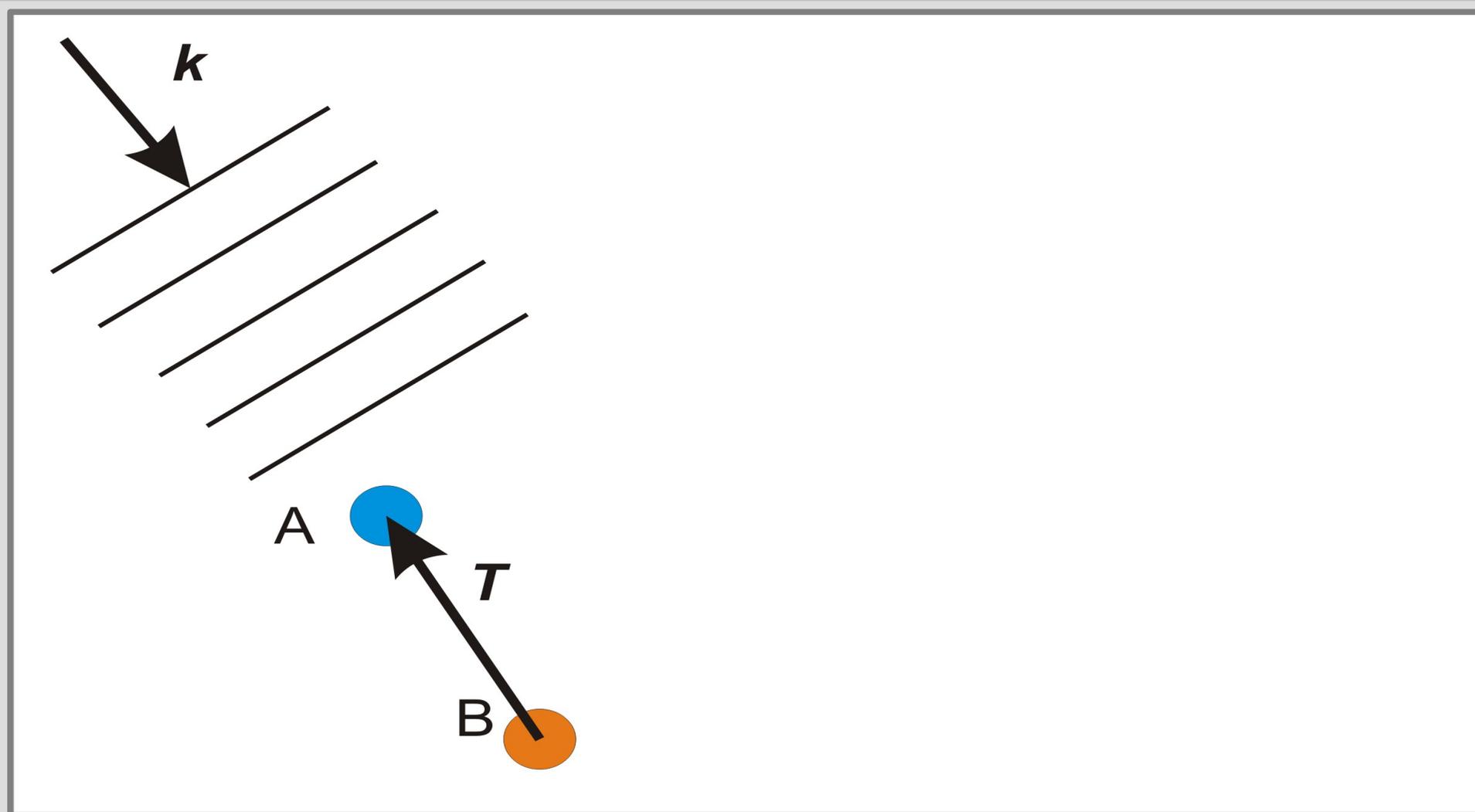
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \simeq 0.18 \text{ нм}$$



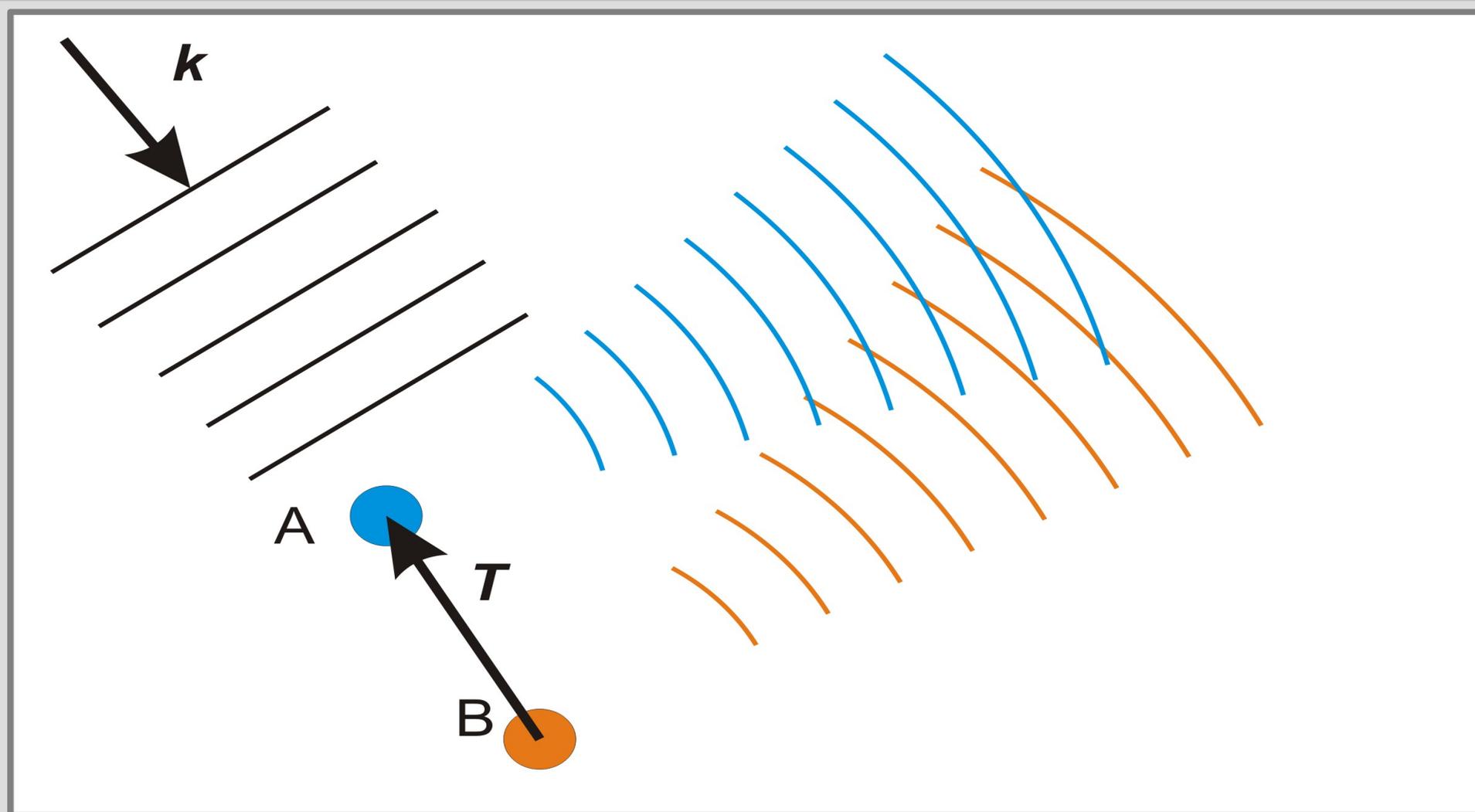
Дифракция на кристалле



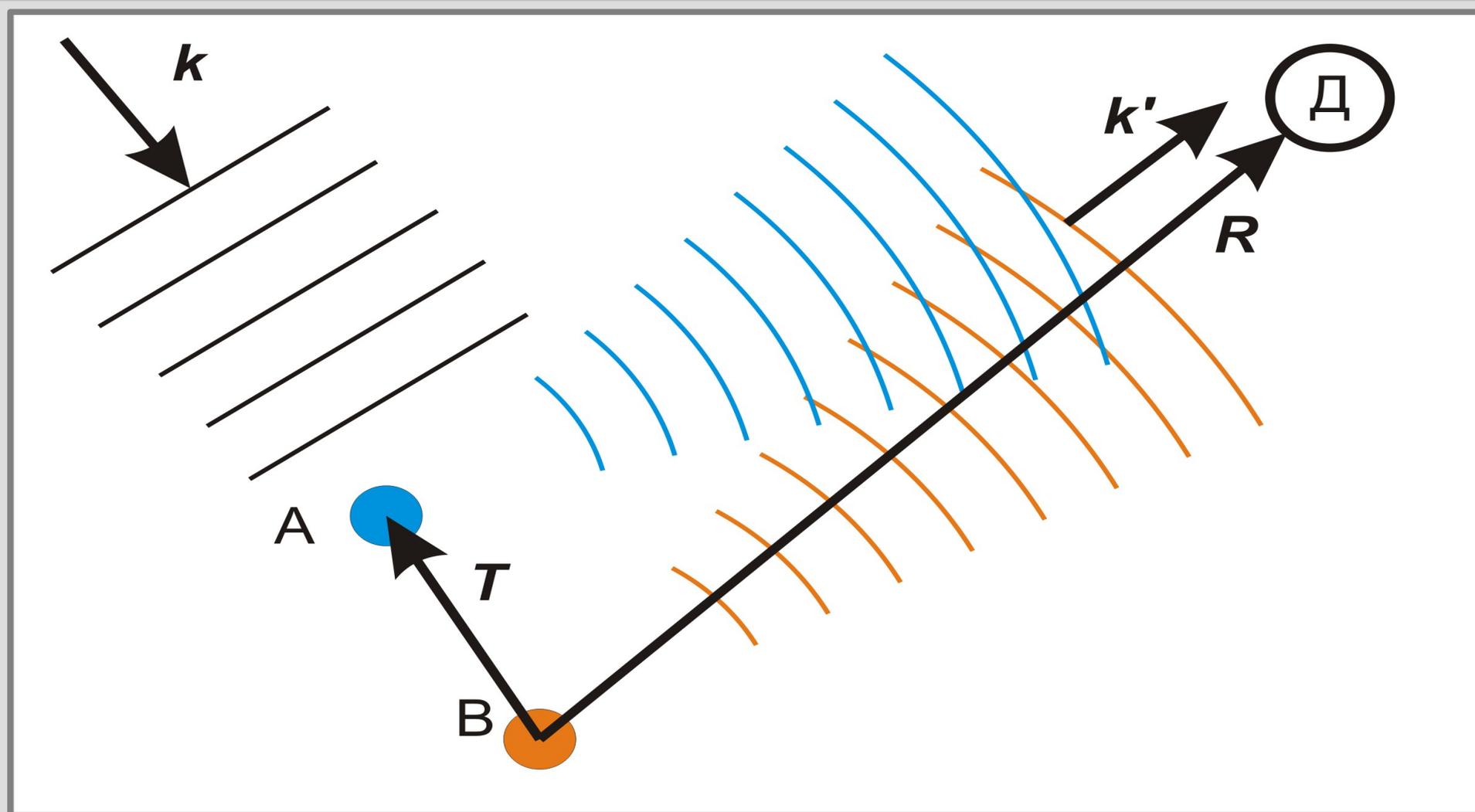
Дифракция на кристалле



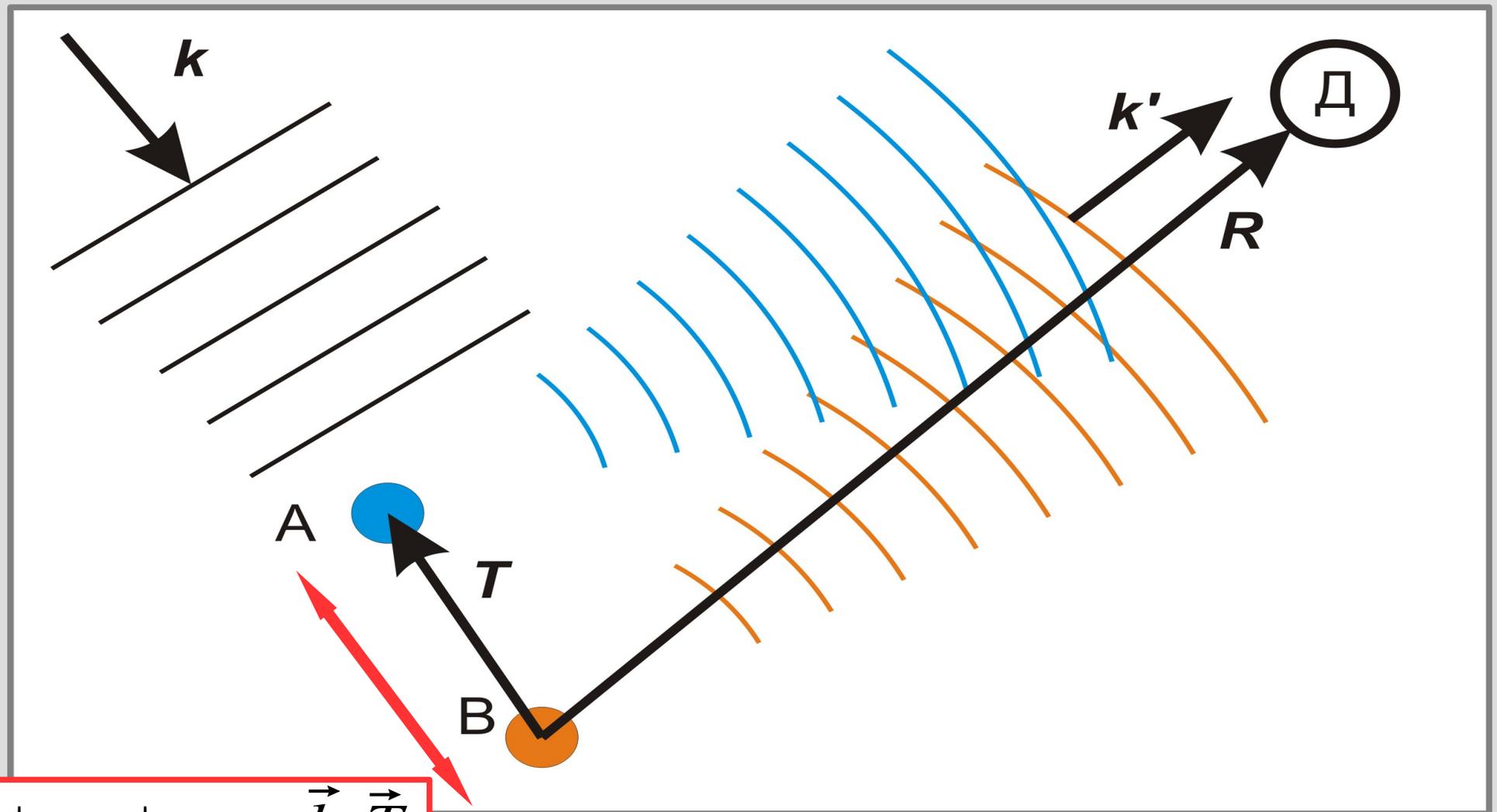
Дифракция на кристалле



Дифракция на кристалле

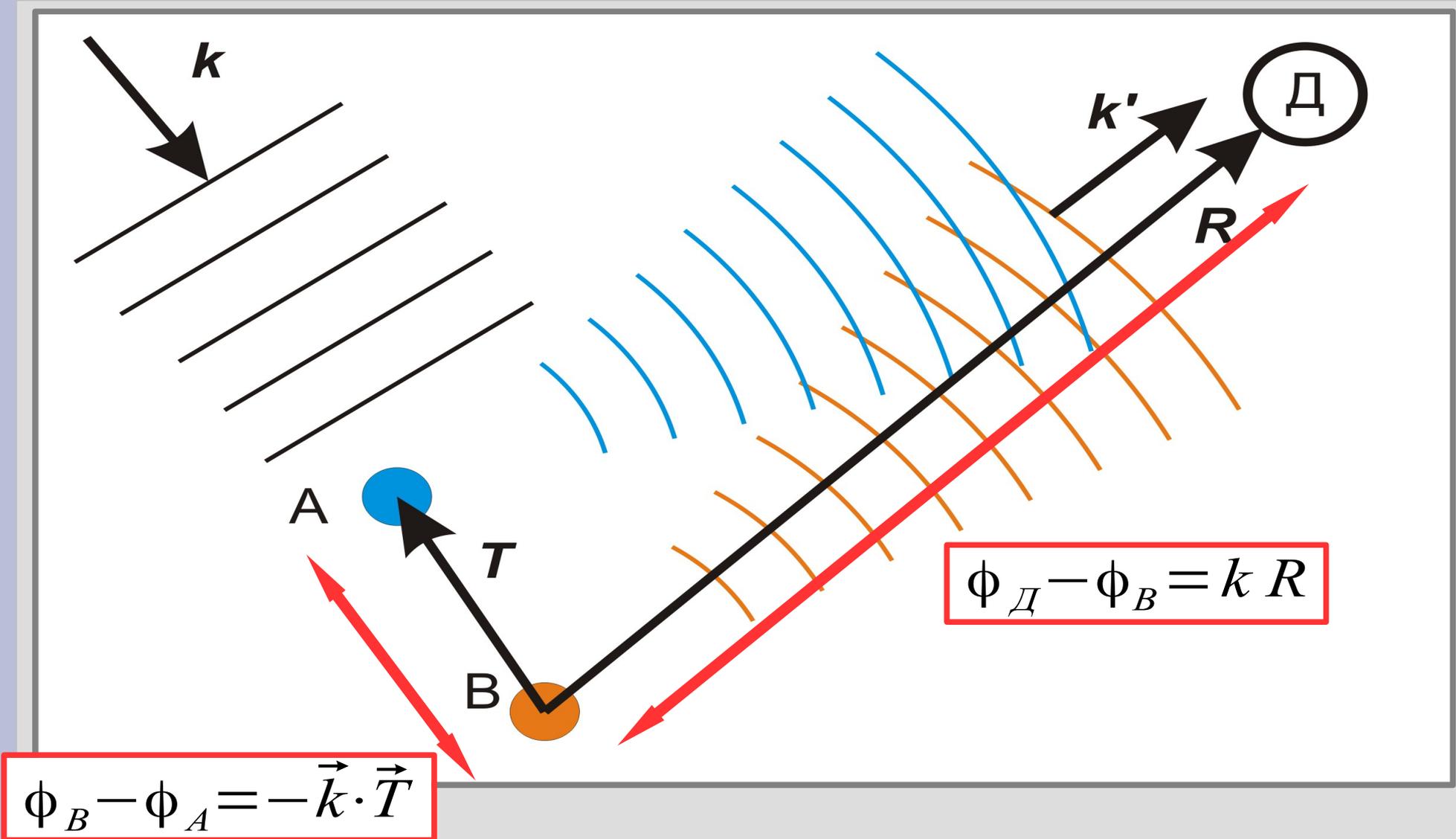


Дифракция на кристалле

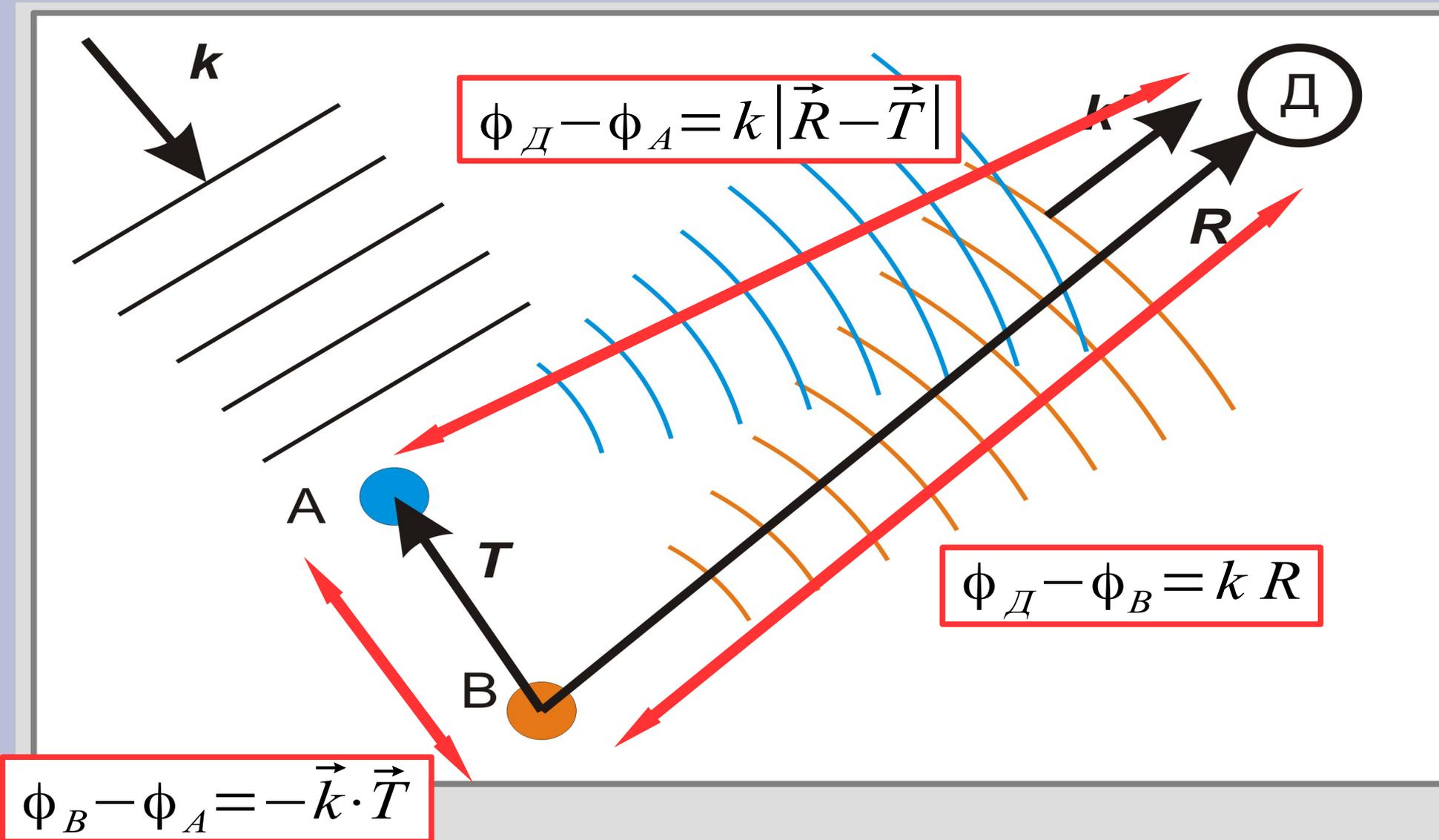


$$\phi_B - \phi_A = -\vec{k} \cdot \vec{T}$$

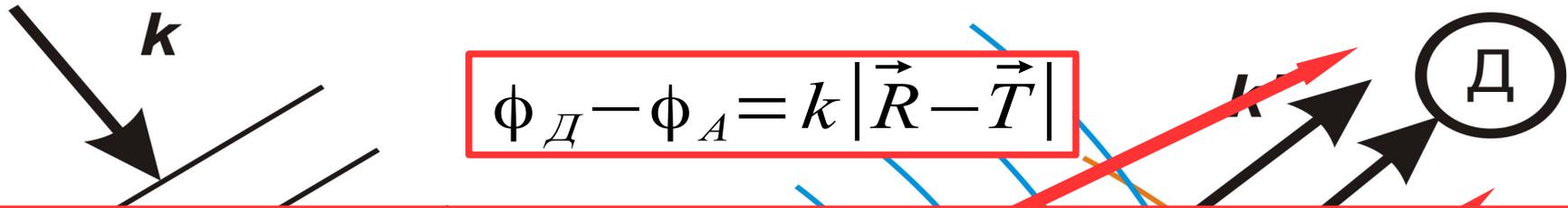
Дифракция на кристалле



Дифракция на кристалле

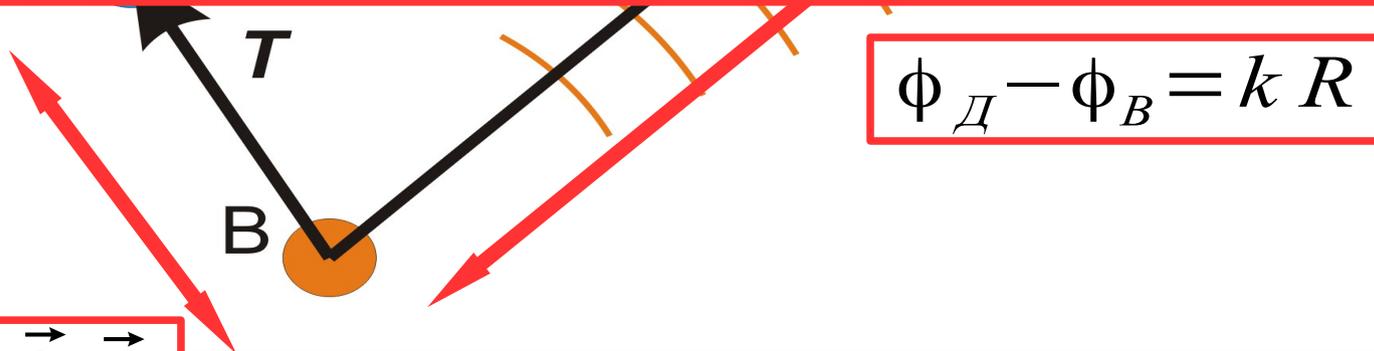


Дифракция на кристалле



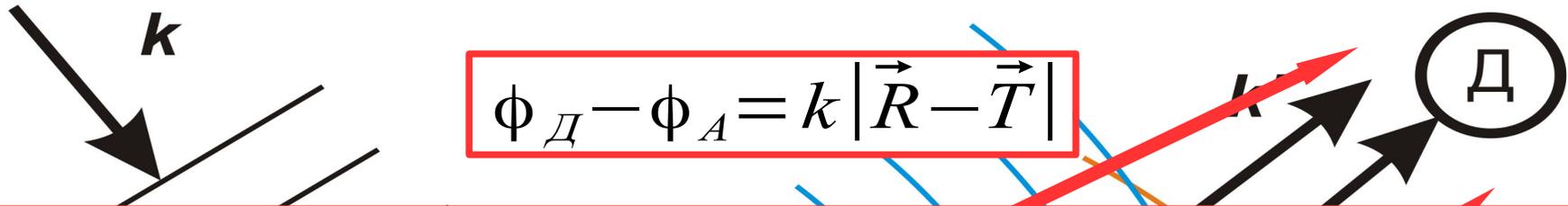
Суммарная разность фаз на детекторе

$$\Delta \phi = k |\vec{R} - \vec{T}| - (k R - \vec{k} \cdot \vec{T}) = k \sqrt{(\vec{R} - \vec{T})^2} - k R + \vec{k} \cdot \vec{T}$$



$$\phi_B - \phi_A = -\vec{k} \cdot \vec{T}$$

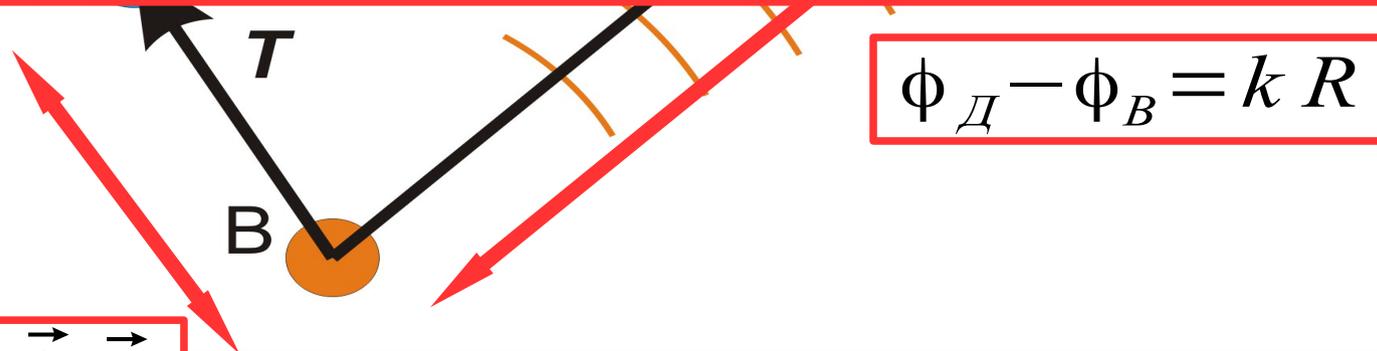
Дифракция на кристалле



Суммарная разность фаз на детекторе

$$\Delta \phi = k |\vec{R} - \vec{T}| - (k R - \vec{k} \vec{T}) = k \sqrt{(\vec{R} - \vec{T})^2} - k R + \vec{k} \vec{T} \approx$$

$$\approx \vec{k} \vec{T} - k \frac{(\vec{R} \vec{T})}{R} = (\vec{k} - \vec{k}') \vec{T}$$



$$\phi_B - \phi_A = -\vec{k} \cdot \vec{T}$$

Обратная решётка

$$\vec{a}^* = 2\pi \frac{[\vec{b} \times \vec{c}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

$$\vec{b}^* = 2\pi \frac{[\vec{c} \times \vec{a}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

$$\vec{c}^* = 2\pi \frac{[\vec{a} \times \vec{b}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

Обратная решётка

$$\vec{a}^* = 2\pi \frac{[\vec{b} \times \vec{c}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

$$\vec{b}^* = 2\pi \frac{[\vec{c} \times \vec{a}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

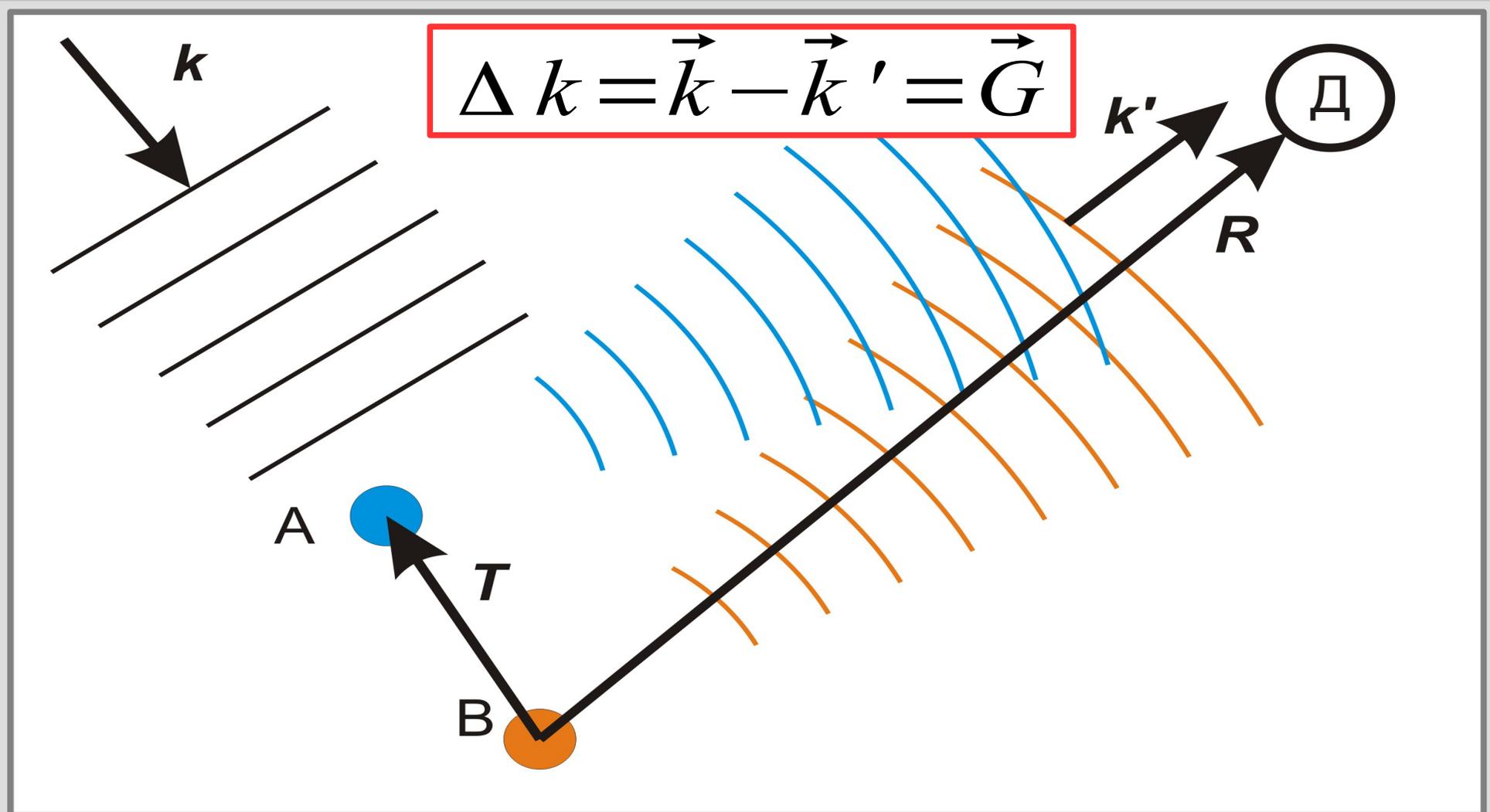
$$\vec{c}^* = 2\pi \frac{[\vec{a} \times \vec{b}]}{(\vec{a} [\vec{b} \times \vec{c}])}$$

Если $\vec{k} - \vec{k}' = p_1 \vec{a}^* + p_2 \vec{b}^* + p_3 \vec{c}^* = \vec{G}$

то условие дифракции выполнено!!!

$$\begin{aligned} (\vec{k} - \vec{k}') (n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}) &= \\ &= 2\pi (p_1 n_1 + p_2 n_2 + p_3 n_3) \end{aligned}$$

Необходимое условие дифракции



Зона Бриллюэна

$$\vec{k} - \vec{k}' = \vec{G}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{G}$$

$$G^2 = 2 \vec{k} \cdot \vec{G}$$

Зона Бриллюэна

$$\vec{k} - \vec{k}' = \vec{G}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{G}$$

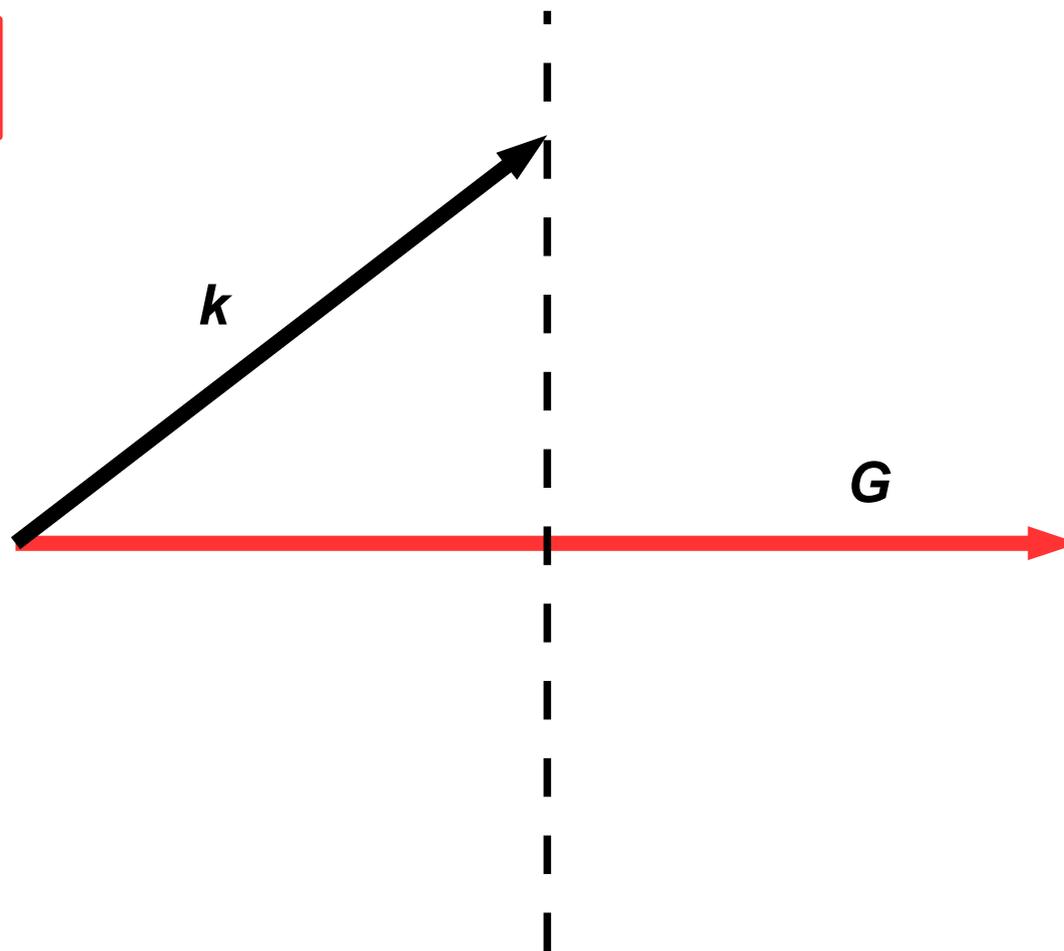
$$G^2 = 2\vec{k} \cdot \vec{G}$$

Зона Бриллюэна

$$\vec{k} - \vec{k}' = \vec{G}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{G}$$

$$G^2 = 2\vec{k} \cdot \vec{G}$$

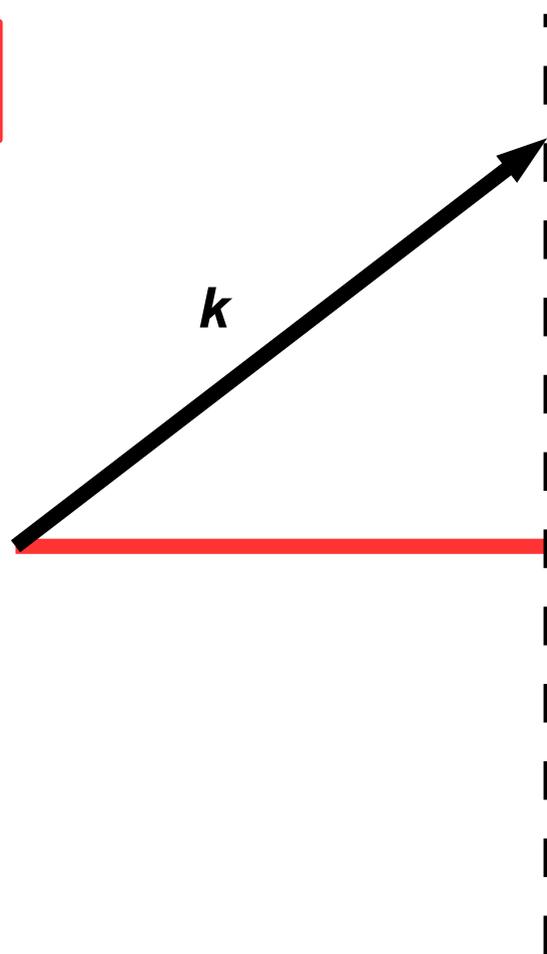


Зона Бриллюэна

$$\vec{k} - \vec{k}' = \vec{G}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{G}$$

$$G^2 = 2 \vec{k} \cdot \vec{G}$$



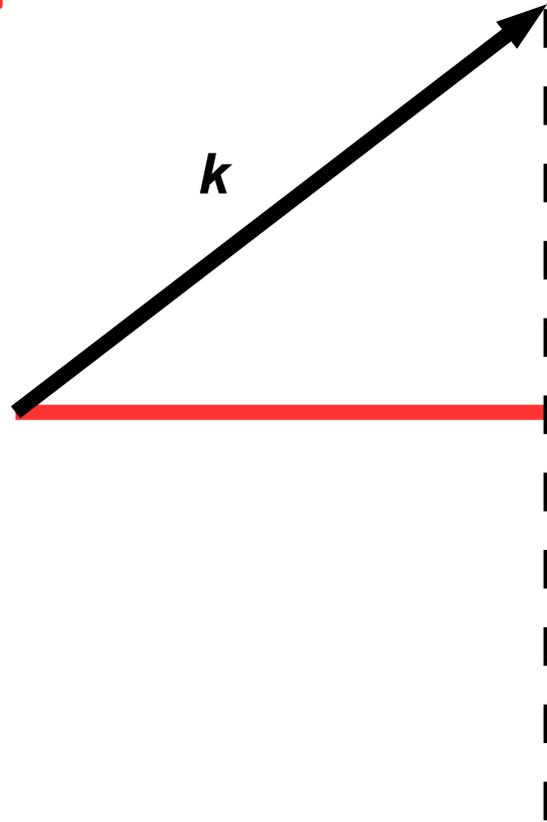
Первая зона Бриллюэна —
ячейка Вигнера-Зейца в
пространстве обратной
решётки.

Зона Бриллюэна

$$\vec{k} - \vec{k}' = \vec{G}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} - \vec{G}$$

$$G^2 = 2 \vec{k} \cdot \vec{G}$$



Если конец волнового вектора лежит на границе зоны Бриллюэна — условие дифракции выполнено.

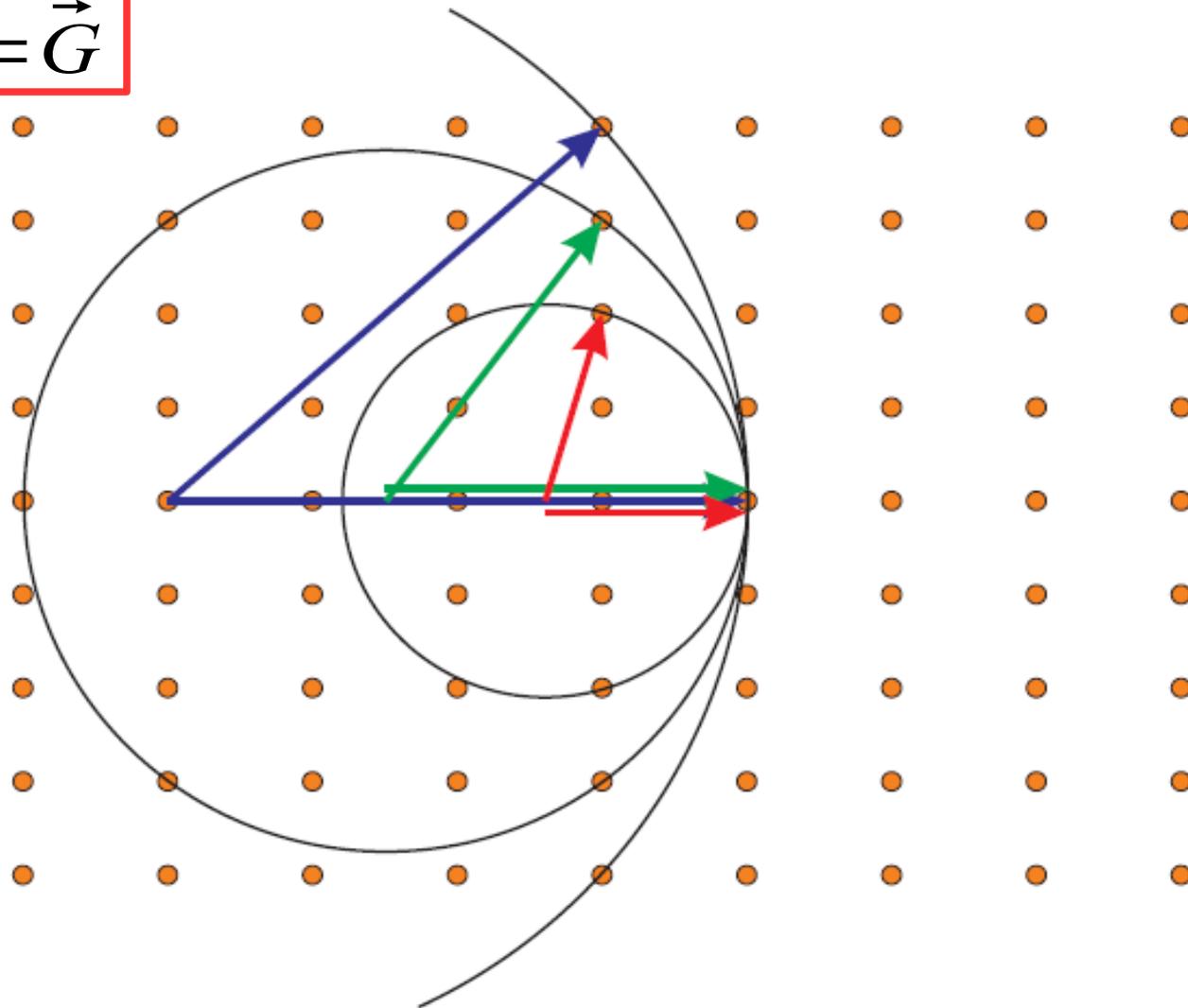
Первая зона Бриллюэна — ячейка Вигнера-Зейца в пространстве обратной решётки.

Дифракция Лауэ: монокристалл в «белом» свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$

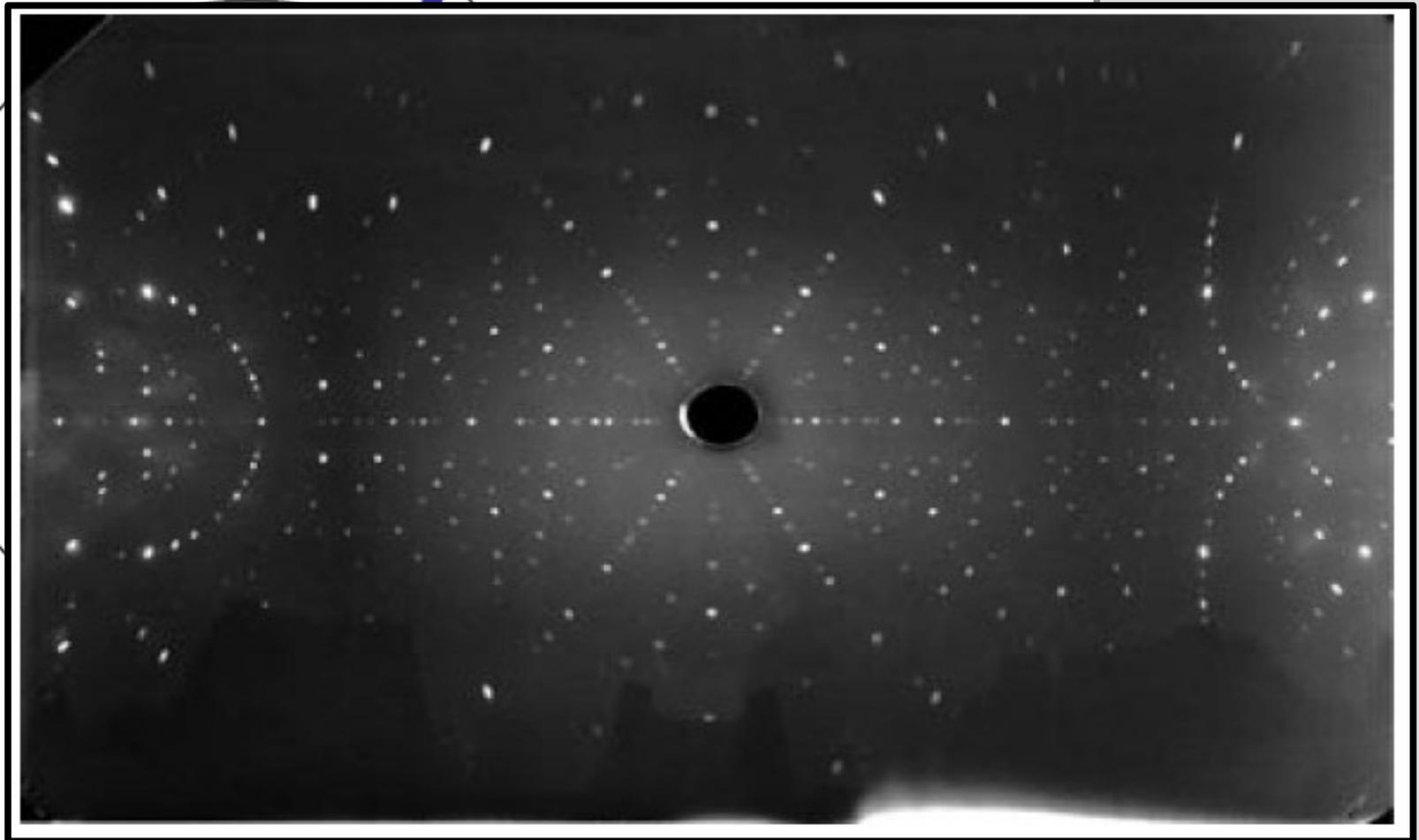
Дифракция Лауэ: монокристалл в «белом» свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$



Дифракция Лауэ: монокристалл в «белом» свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$

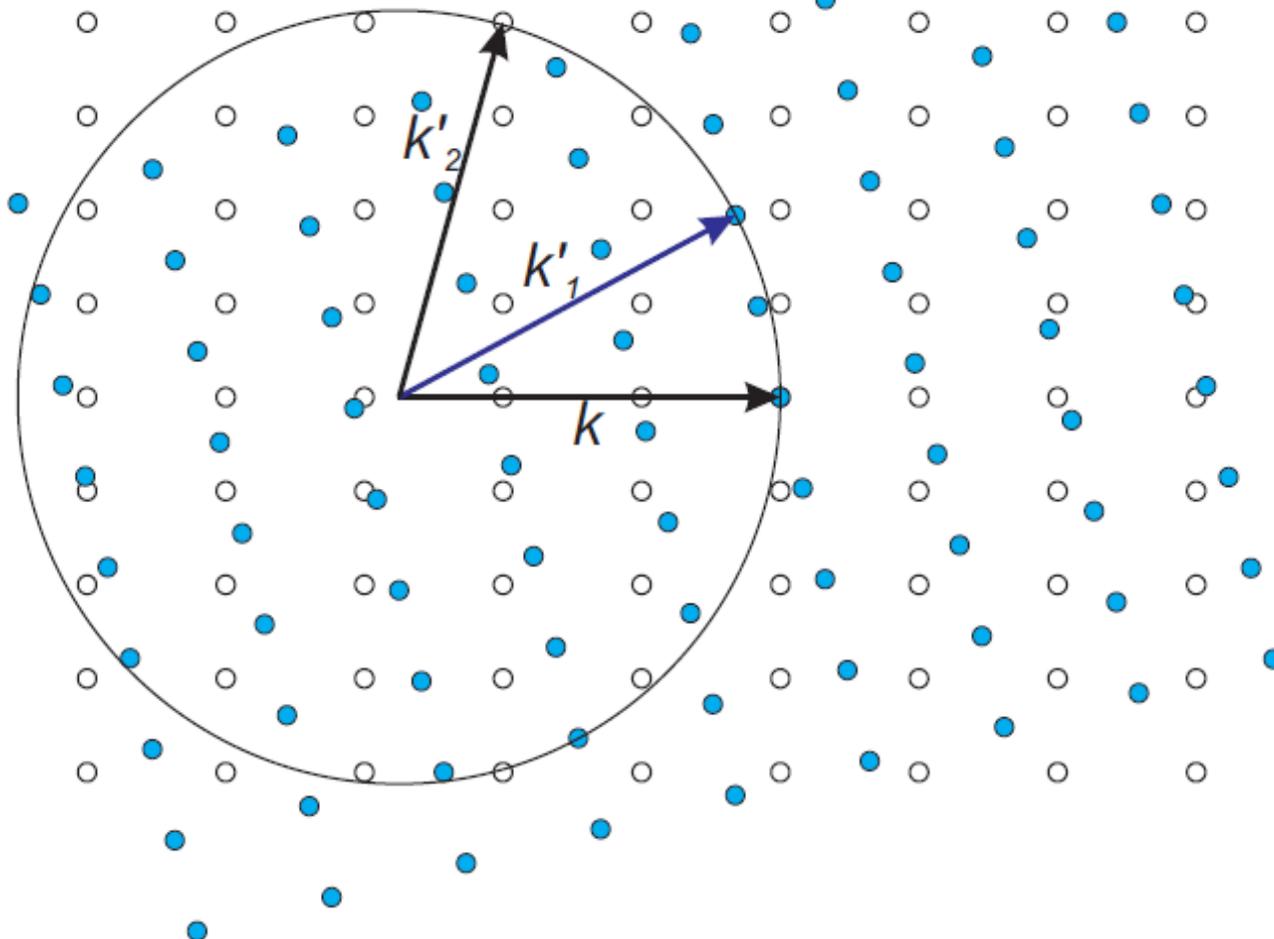


Дифракция Дебая-Шерера: поликристалл в монохроматическом свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$

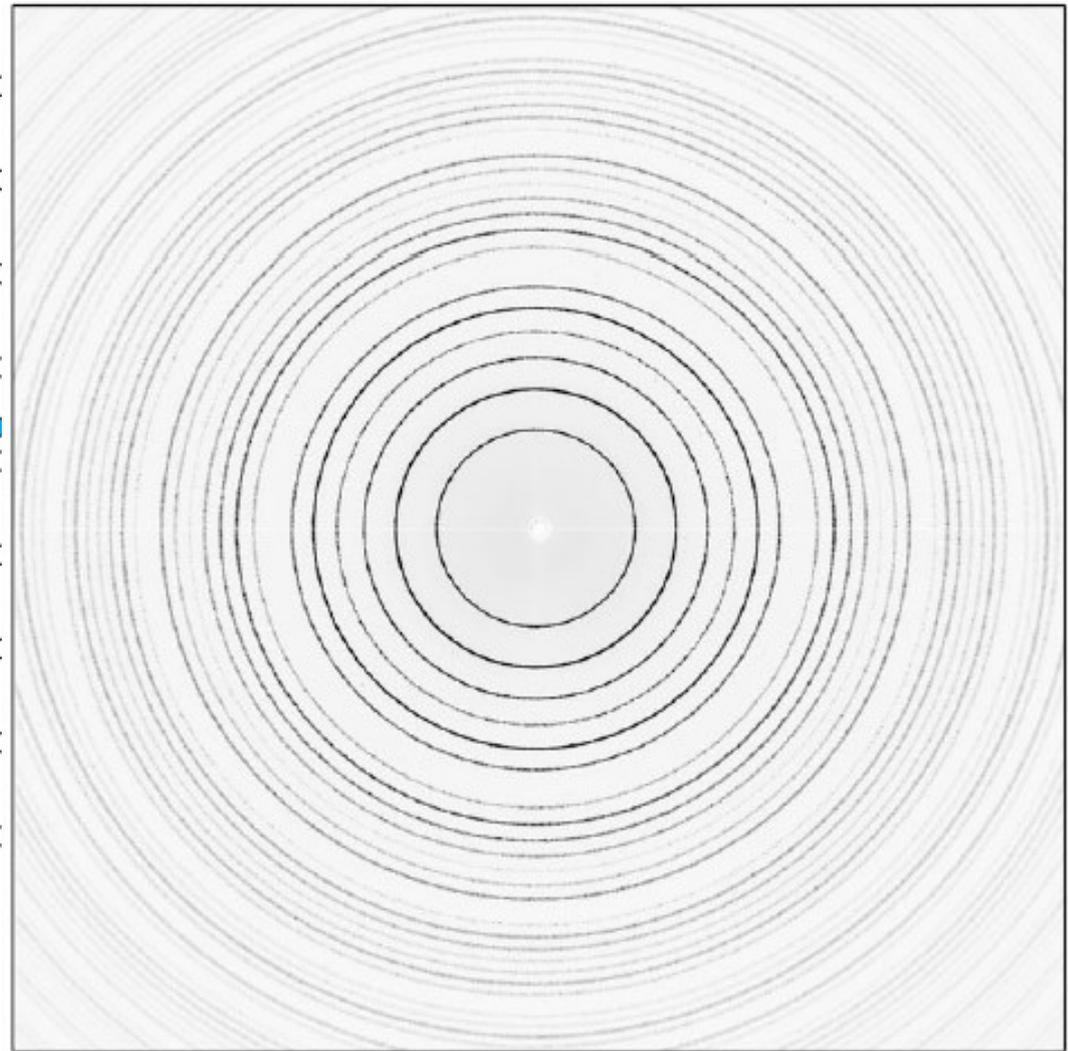
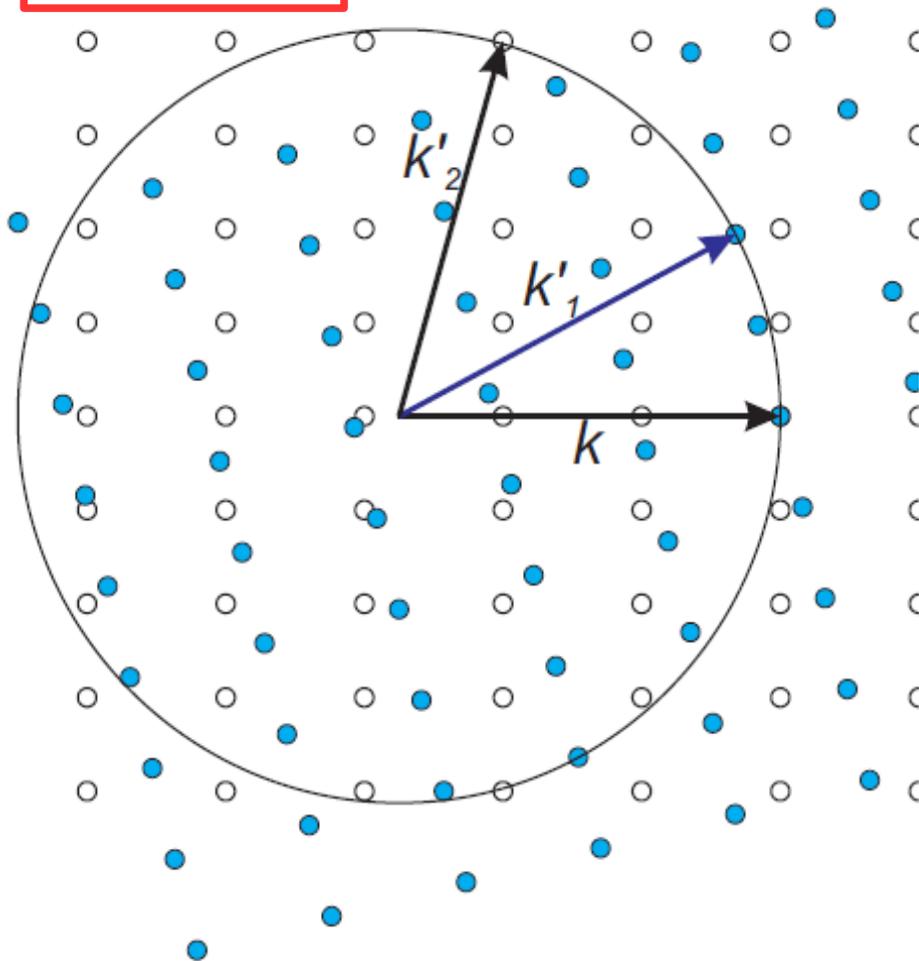
Дифракция Дебая-Шерера: поликристалл в монохроматическом свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$



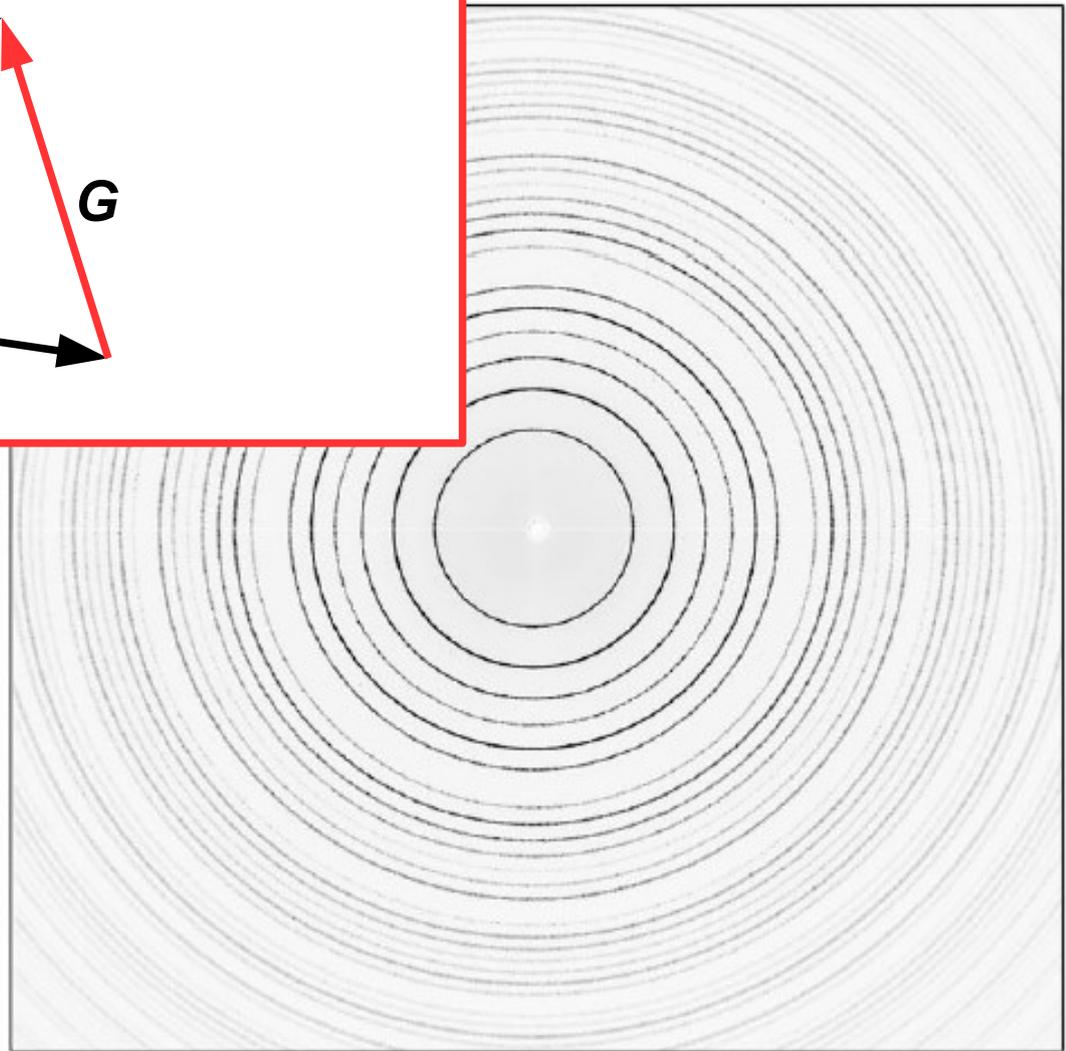
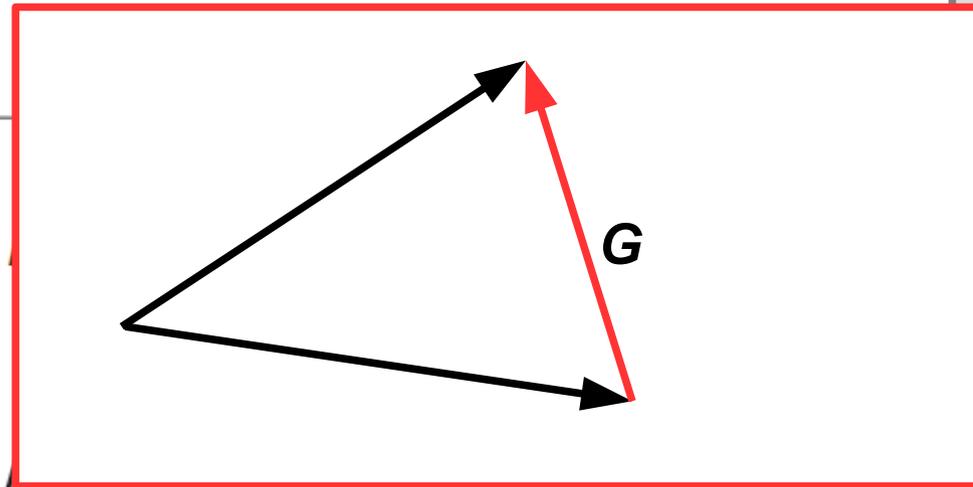
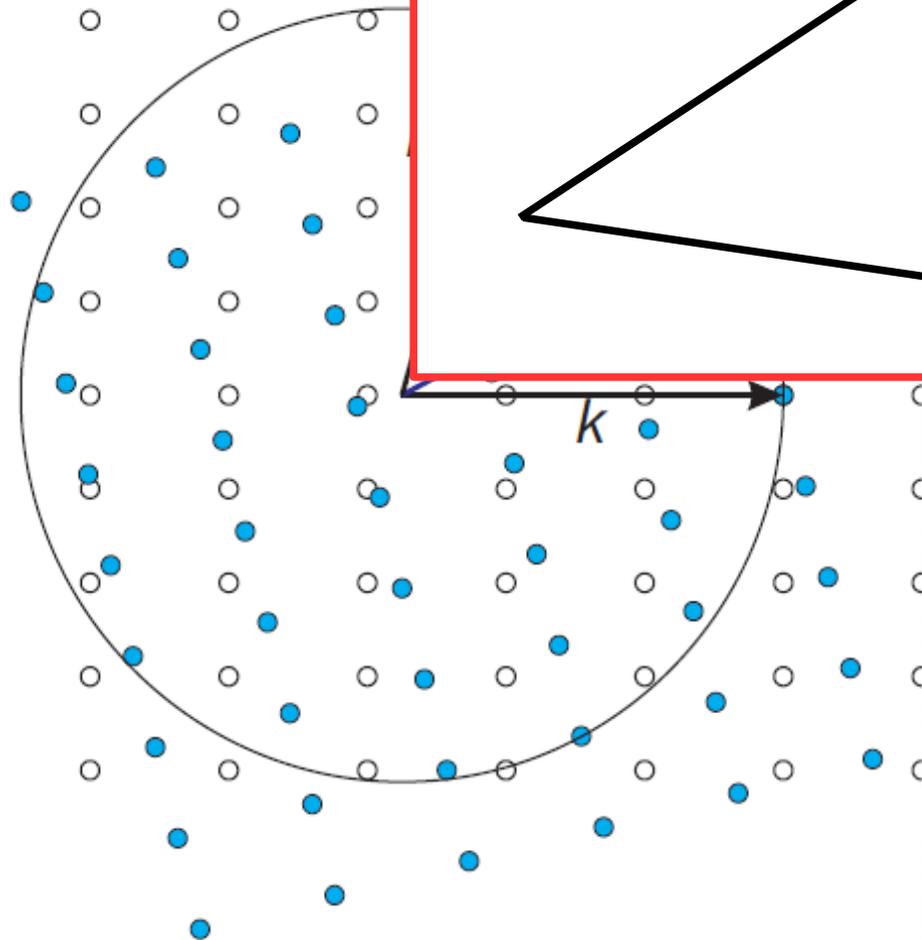
Дифракция Дебая-Шерера: поликристалл в монохроматическом свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$



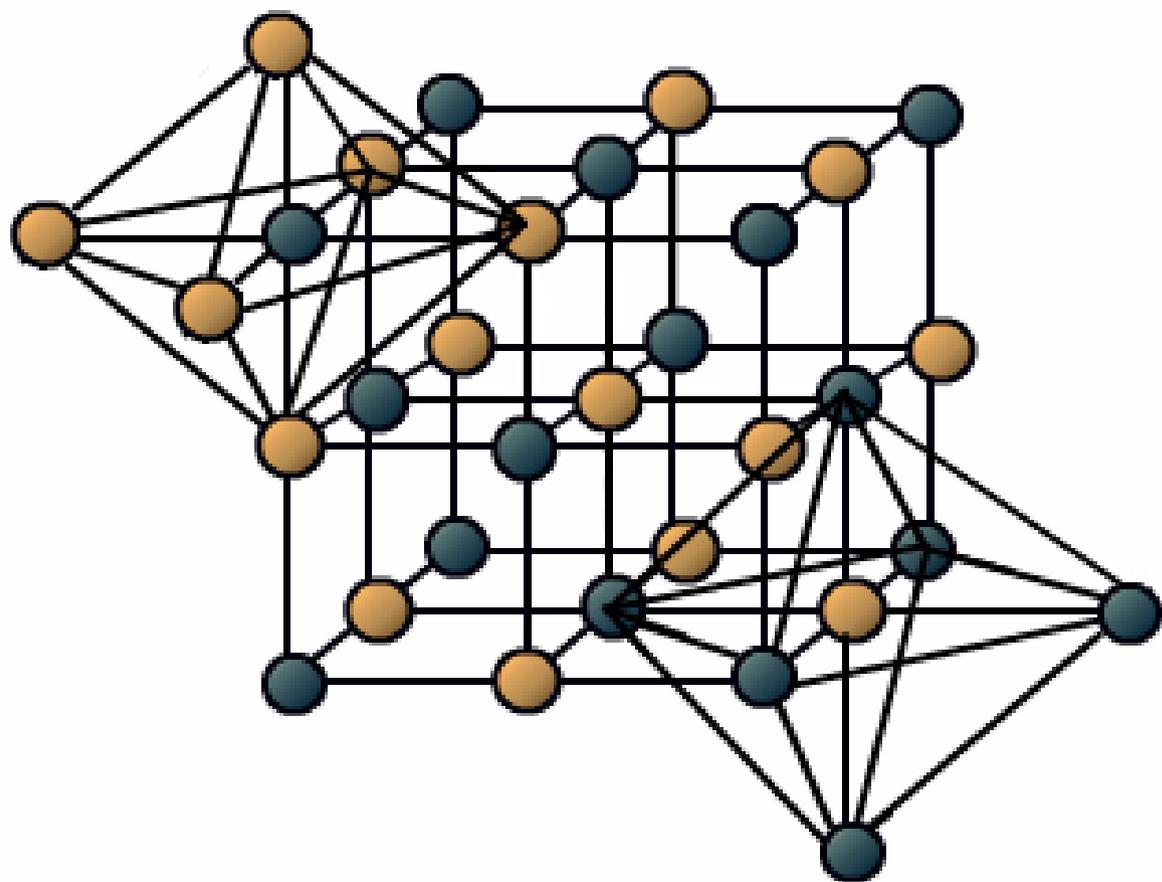
Дифракция Дебая-Шерера: поликристалл в монохроматическом свете

$$\Delta \vec{k} = \vec{G}$$

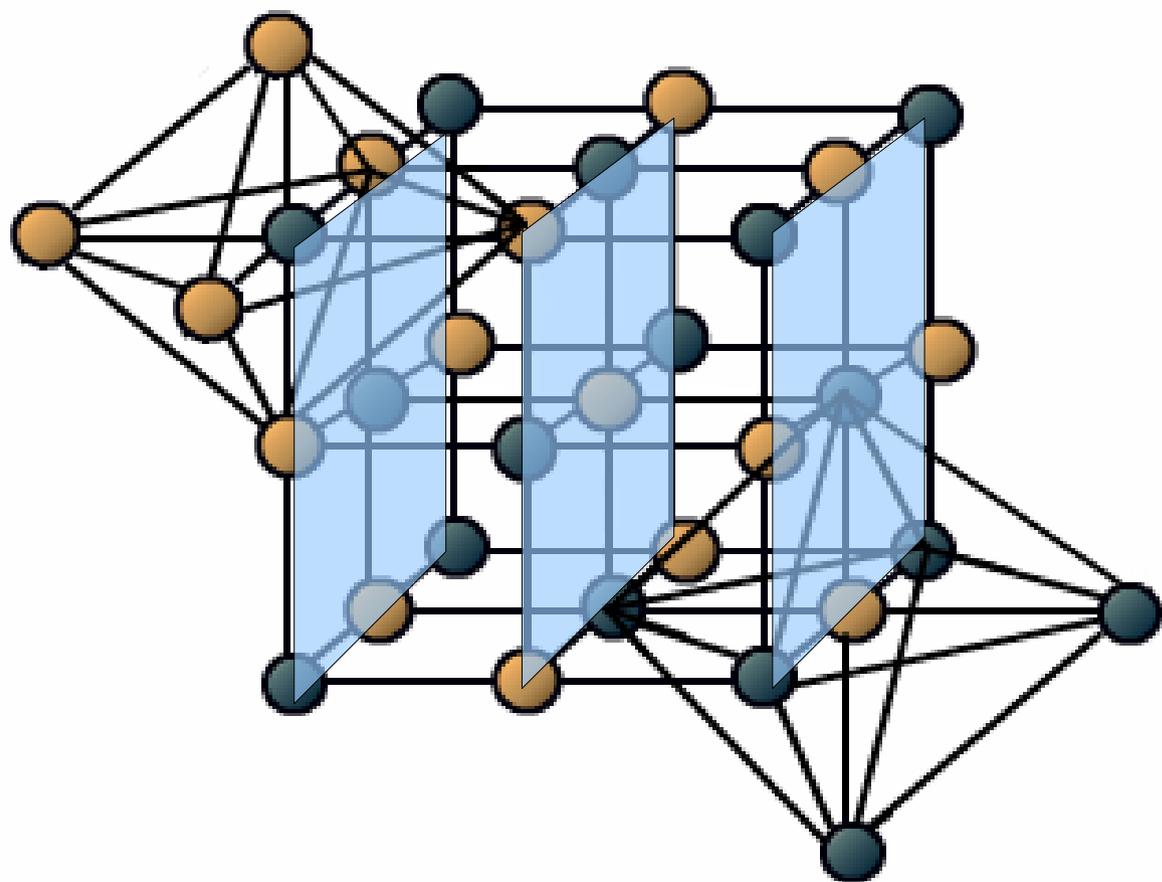




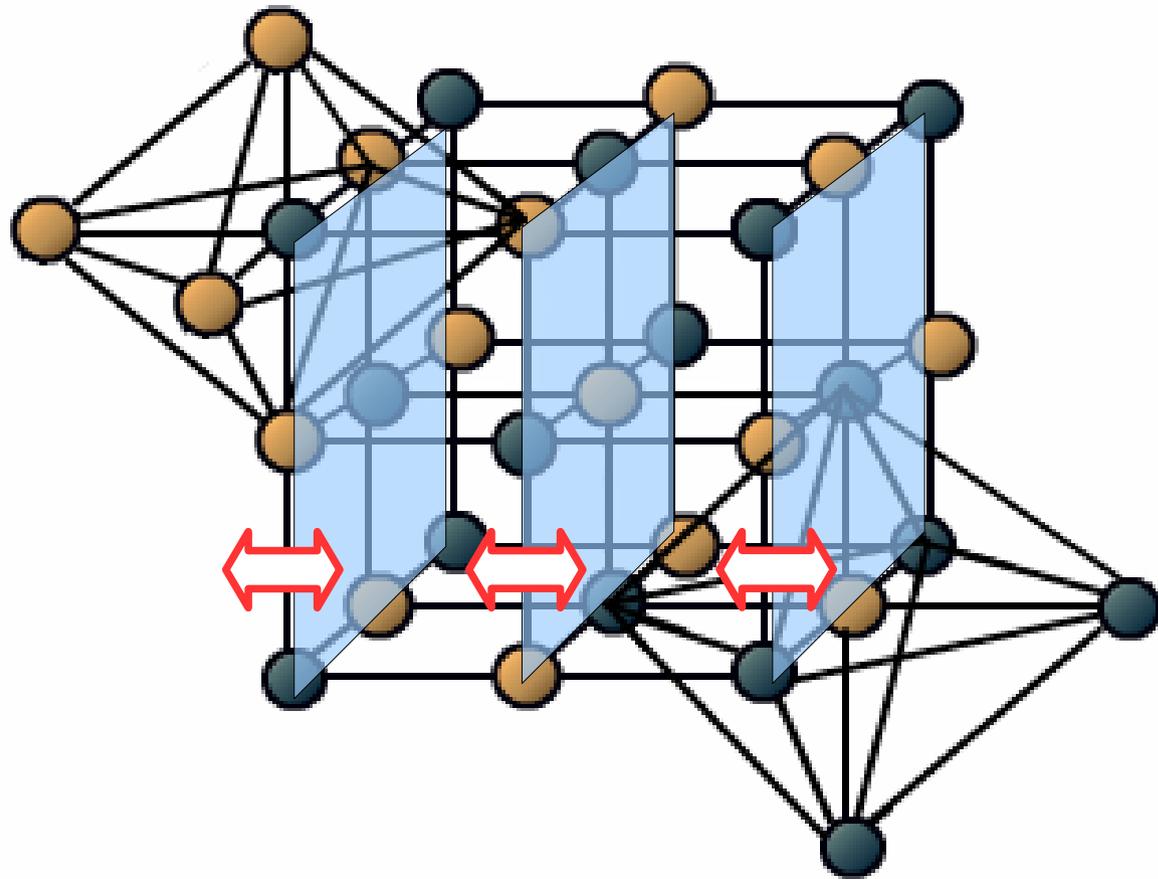
Часть 3. Колебания атомов в кристалле



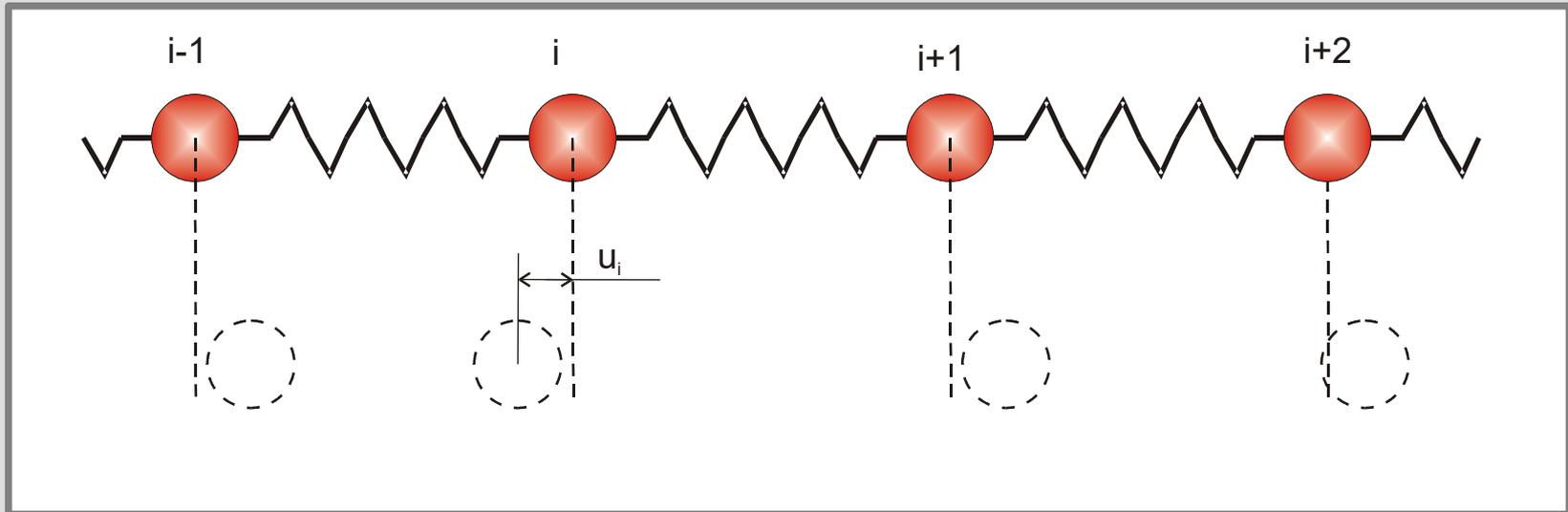
Часть 3. Колебания атомов в кристалле



Часть 3. Колебания атомов в кристалле



«Модель шариков и пружинок»



$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

Колебания однородной цепочки.

$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

Колебания однородной цепочки.

$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

$$u_j = u_0 e^{i(kx_j - \omega t)}$$

$$x_j = j \cdot a$$

решение в форме бегущей волны с произвольной амплитудой

Колебания однородной цепочки.

$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

$$u_j = u_0 e^{i(kx_j - \omega t)}$$

$$x_j = j \cdot a$$

решение в форме бегущей волны с произвольной амплитудой

$$-M \omega^2 = C (e^{ika} + e^{-ika} - 2) = -2C (1 - \cos(ka)) = -4C \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

Колебания однородной цепочки.

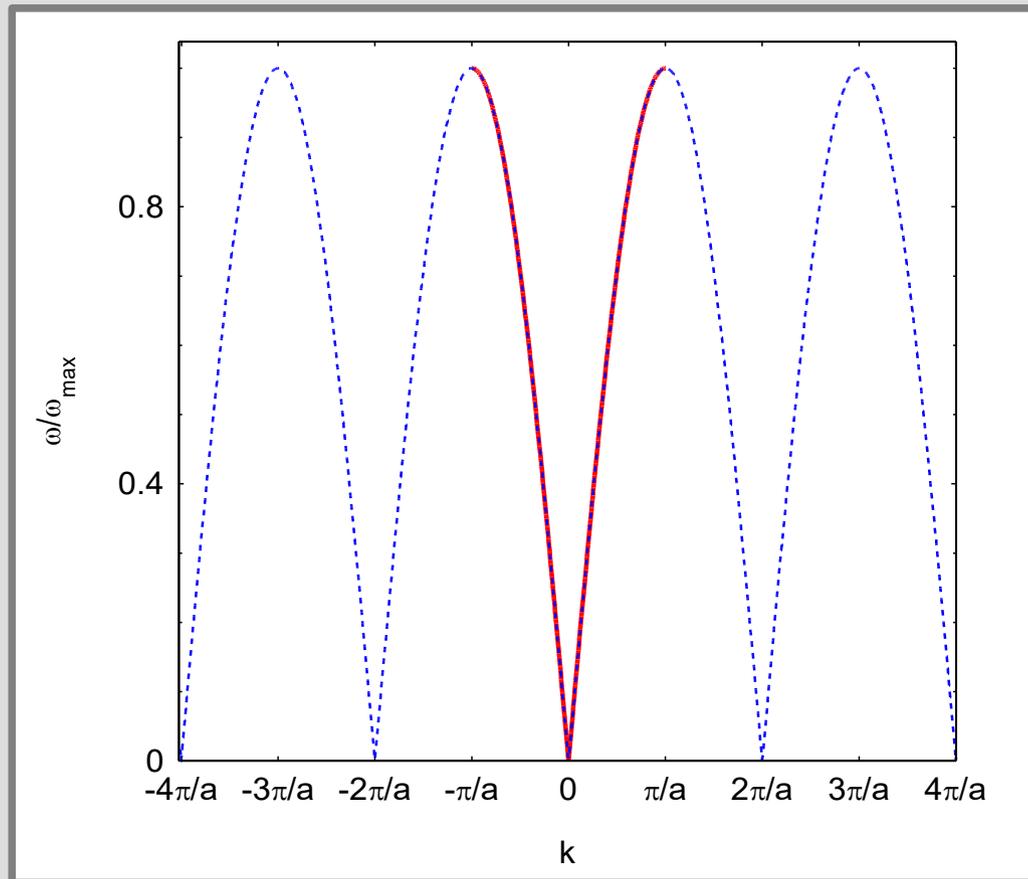
$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

$u_j = u_0 e^{i(kx_j - \omega t)}$ решение в форме бегущей волны с произвольной амплитудой
 $x_j = j \cdot a$

$$-M \omega^2 = C (e^{ika} + e^{-ika} - 2) = -2C (1 - \cos(ka)) = -4C \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$
$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

Только при такой связи частоты и волнового вектора (при таком *законе дисперсии*) волна распространяется по кристаллу без затухания.

Звуковые волны, порядки величины...



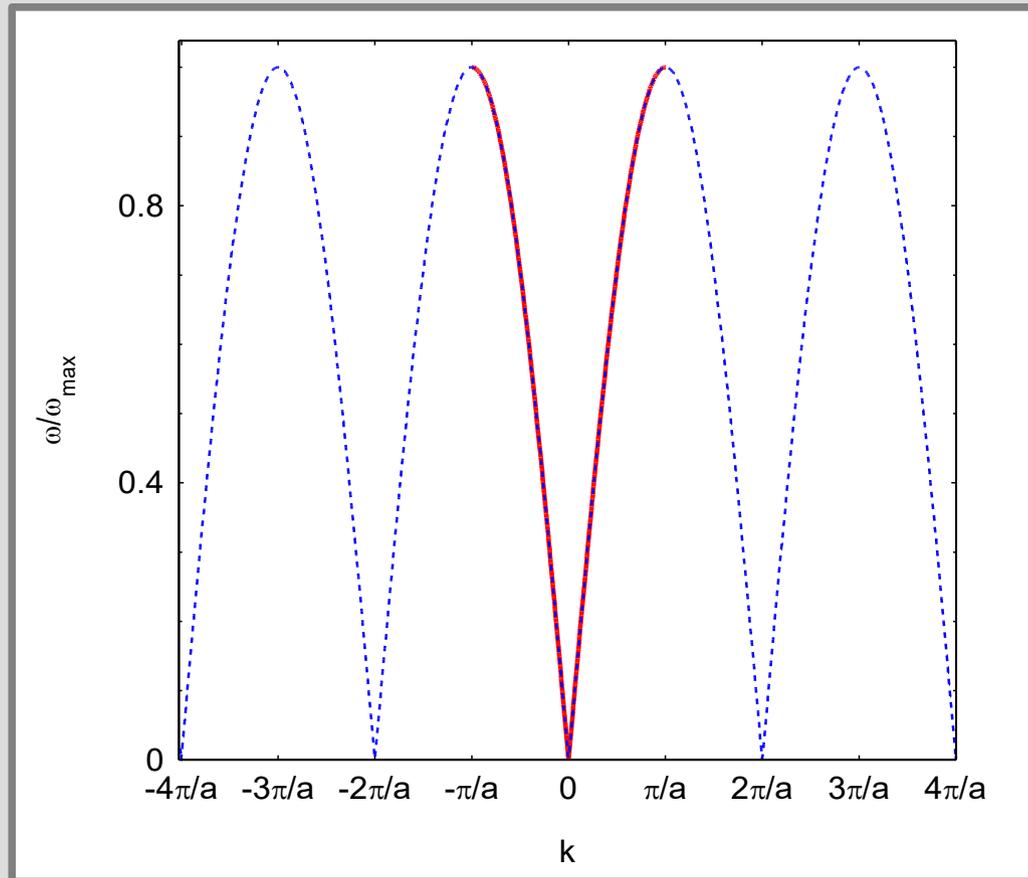
$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

$$k \rightarrow 0 \quad \omega = a \sqrt{\frac{C}{M}} k = sk$$

ЗВУКОВЫЕ
КОЛЕБАНИЯ

$$\omega = \frac{2s}{a} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

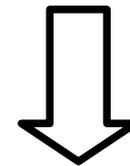
Звуковые волны, порядки величины...



$$\omega = \frac{2s}{a} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

$$s = 10^3 \text{ м/сек}$$

$$a = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

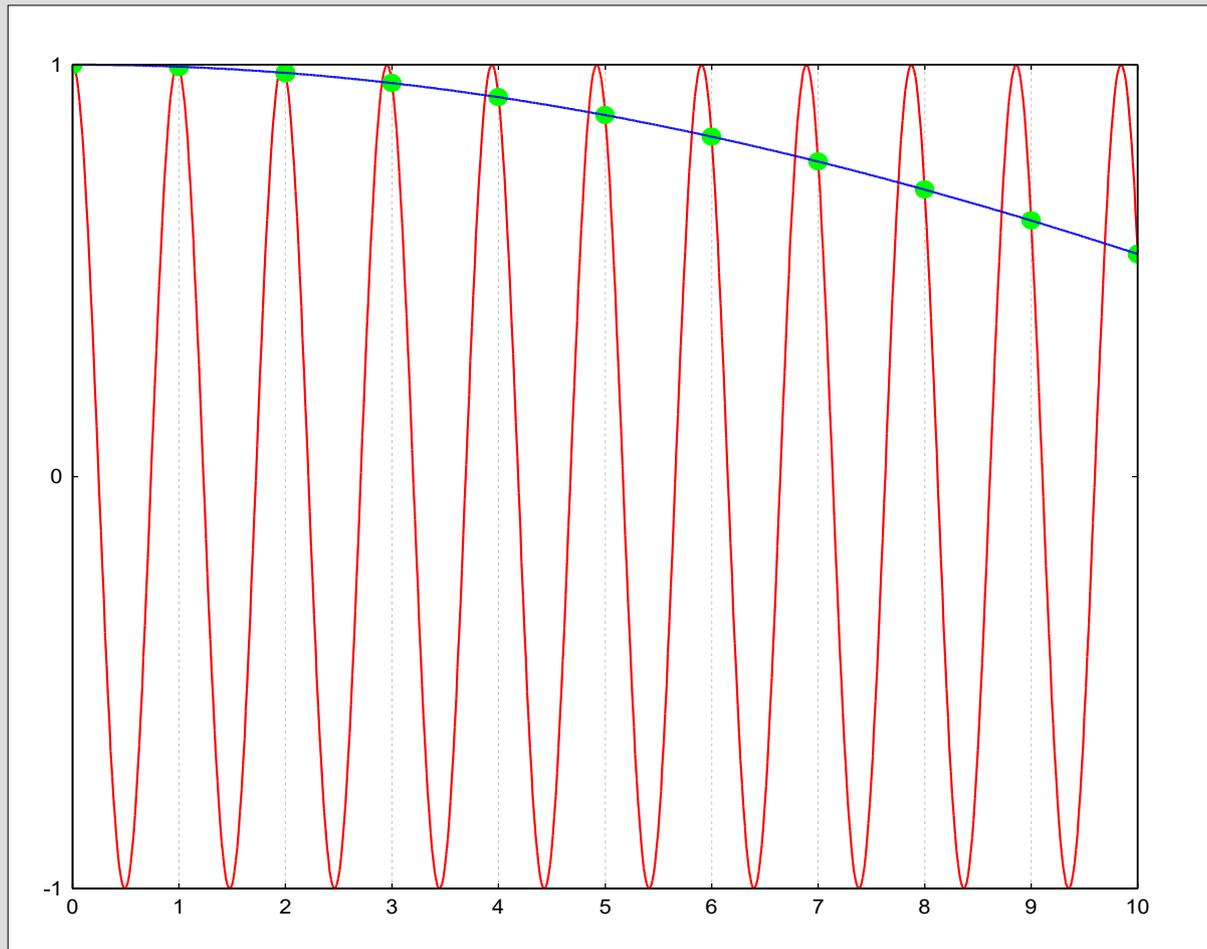


$$\omega_{\max} \simeq 10^{13} \text{ 1/сек}$$

(ИК спектр, соответствует энергии ~ 7 мэВ или температуре около 80К)

Роль первой зоны Бриллюэна.

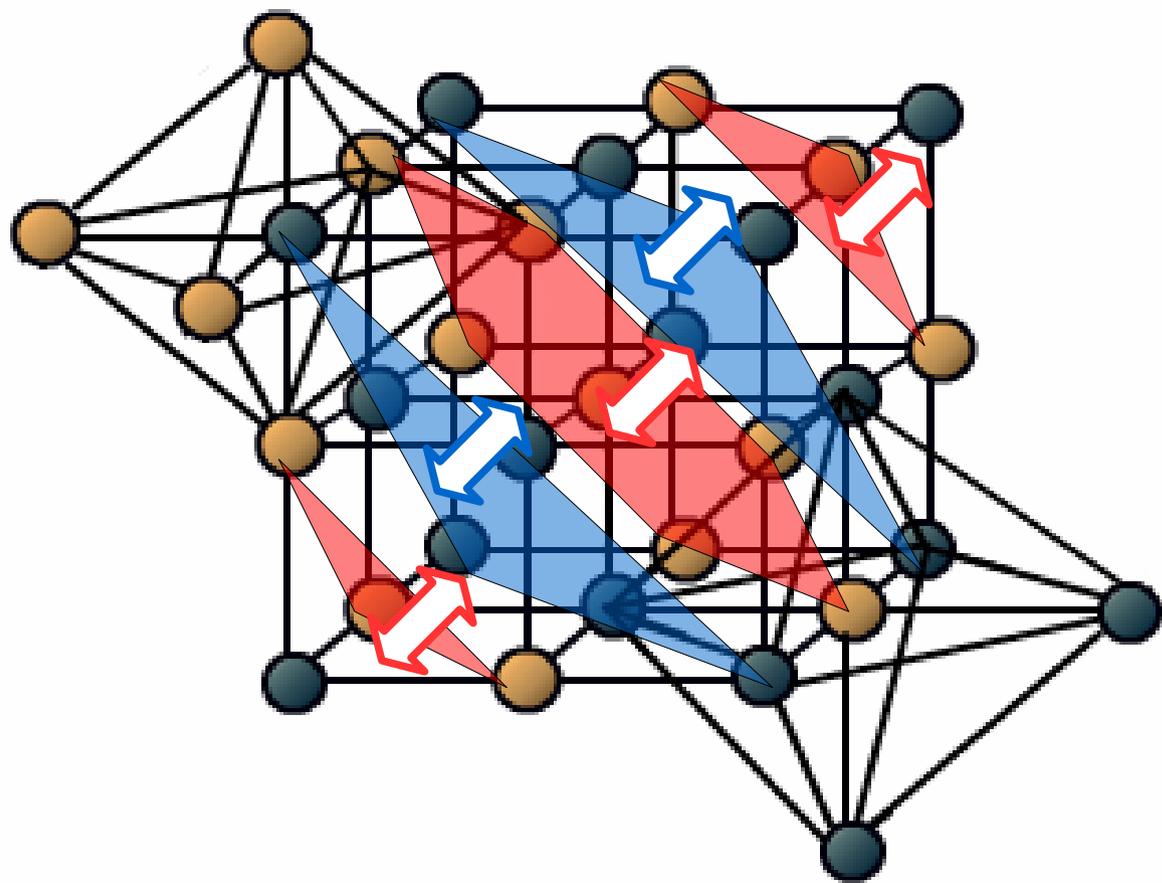
$$u(k + 2\pi/a, ja) = u_0 e^{i((k + 2\pi/a)ja - \omega t)} = u_0 e^{i(k \cdot ja - \omega t)} e^{i2\pi j} = u(k, ja)$$



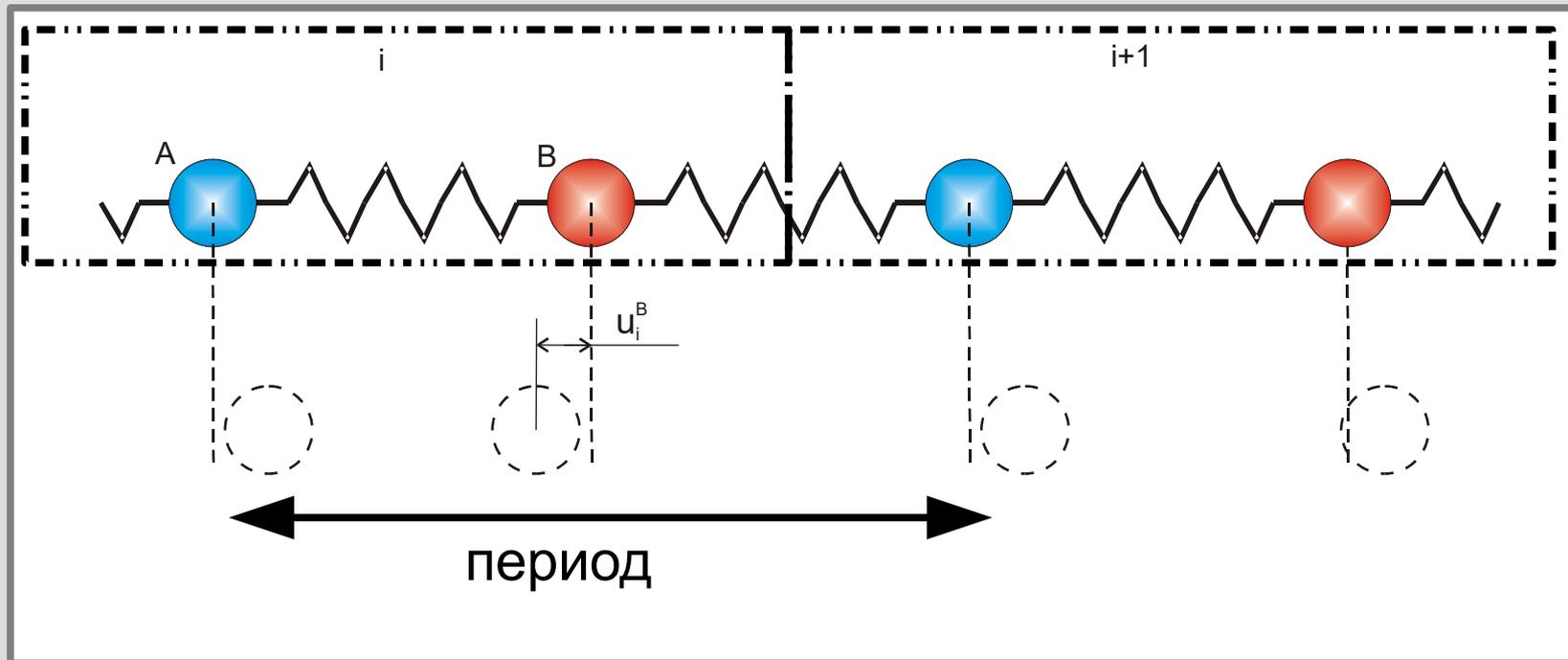
Волновые вектора всех физически различимых колебаний могут быть собраны в первой зоне Бриллюэна.

Сравнение "мгновенных фотографий" волн с различными волновыми векторами: $k=0.1$ (синяя линия) и $k=0.1+2\pi$ (красная линия). Символами показаны смещения в точках дискретной решётки с единичным периодом.

Цепочка с атомами двух сортов



Цепочка с атомами двух сортов



$$M_A \frac{d^2 u_j^A}{dt^2} = C (u_{j-1}^B + u_j^B - 2u_j^A)$$
$$M_B \frac{d^2 u_j^B}{dt^2} = C (u_j^A + u_{j+1}^A - 2u_j^B)$$

Колебания неоднородной цепочки 1.

$$M_A \frac{d^2 u_j^A}{dt^2} = C(u_{j-1}^B + u_j^B - 2u_j^A)$$
$$M_B \frac{d^2 u_j^B}{dt^2} = C(u_j^A + u_{j+1}^A - 2u_j^B)$$

$$u^A = u_0^A e^{i(kx - \omega t)}$$
$$u^B = u_0^B e^{i(kx - \omega t)}$$

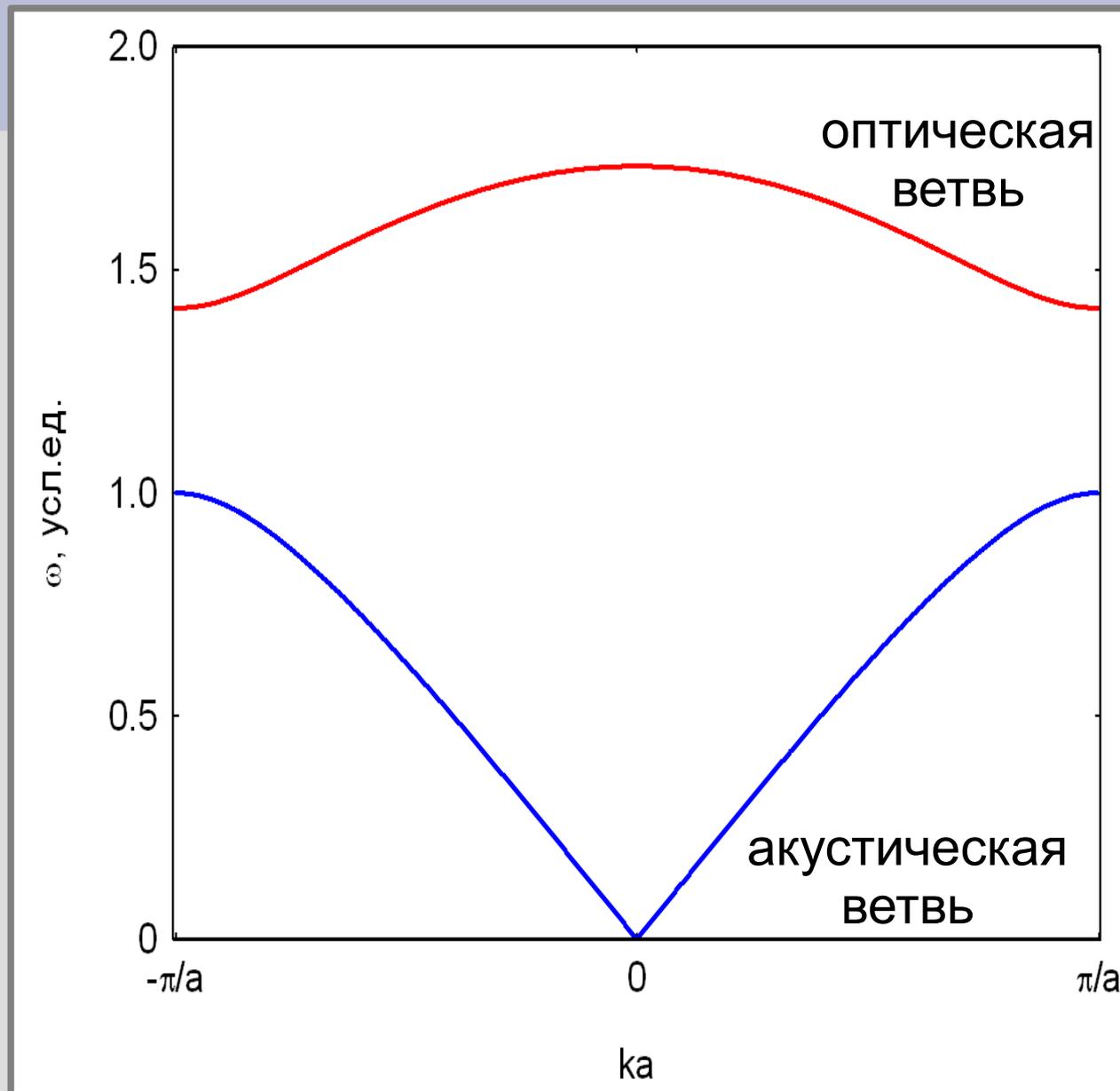
решение в
форме бегущей
волны

$$-\frac{M_A}{C} \omega^2 u_0^A = u_0^B (e^{-ika} + 1) - 2u_0^A$$
$$-\frac{M_B}{C} \omega^2 u_0^B = u_0^A (1 + e^{ika}) - 2u_0^B$$

!!!здесь a —
период цепочки,
расстояние между
атомами одного
сорта!!!

$$\begin{vmatrix} 2 - \frac{M_A \omega^2}{C} & -(1 + e^{-ika}) \\ -(1 + e^{ika}) & 2 - \frac{M_B \omega^2}{C} \end{vmatrix} = 0$$

Колебания неоднородной цепочки 2.



Главное на лекции.

- Прямая и обратная решётка.
- Связь вектора обратной решётки с условием дифракции на кристалле.
- Построение первой зоны Бриллюэна.
- Модельные задачи о колебаниях в цепочках атомов.
- Первая зона Бриллюэна как место физических различных колебаний.

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{G}$$

