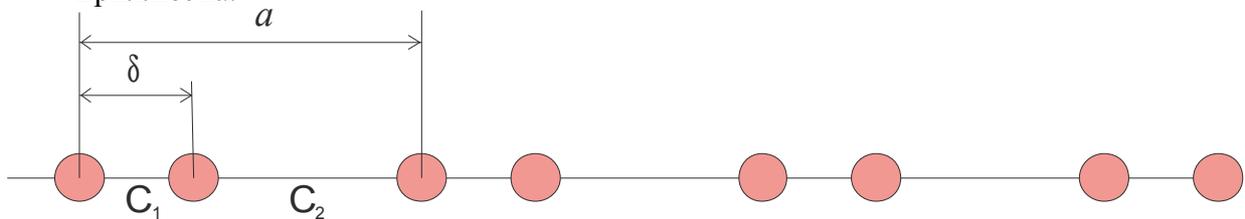


Задачи для контрольной работы (6 семестр, 2014 год)

1. (Ферми-газ. Парамагнетизм Паули.) Известно, что в нулевом магнитном поле каждое электронное состояние оказывается двукратно вырождено по проекции спина. Приложение магнитного поля снимает это вырождение и электроны с проекцией спина на направление магнитного поля $S_z +1/2$ и $-1/2$ должны рассматриваться независимо. Зеемановская энергия делает выгодным увеличение числа электронов с намагниченностью «по полю», но увеличение числа электронов с одной поляризацией приводит к росту их кинетической энергии, что ограничивает рост намагниченности.
 - (a) Определить в этой модели восприимчивость единичного объёма электронного газа в слабых магнитных полях при $T=0$. Считать g-фактор электрона равным 2 (точно). Массу принять равной массе свободного электрона.
 - (b) Оценить отношение намагниченности в расчёте на один электрон к полному магнитному моменту электрона в поле 1 Тл. Для оценок использовать характерные для металлов параметры.
 - (c) Оценить при какой температуре восприимчивость парамагнетика со спином 1/2 на атом сравнивается с восприимчивостью электронного газа при совпадающем числе атомов парамагнетика и электронов в газе. (Восприимчивость парамагнетика со

$$\chi = M/H = \frac{N \mu_B e^{\frac{\mu_B H}{k_B T}} - \mu_B e^{-\frac{\mu_B H}{k_B T}}}{e^{\frac{\mu_B H}{k_B T}} + e^{-\frac{\mu_B H}{k_B T}}} = N \frac{\mu_B}{H} \operatorname{th} \frac{\mu_B H}{k_B T} \approx N \frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

2. (Фононы. Колебания в решётке с базисом из двух одинаковых атомов.) Найти и (схематически) построить спектр упругих колебаний в линейной цепочке атомов, состоящей из атомов одного сорта, расположенных неравномерно. Масса атома M , период решётки a , расстояние между ближайшими атомами $\delta < a/2$, силовые постоянные C_1 для более близких атомов и $C_2 < C_1$ для более далёких. Указать скорость звука, частоту оптической моды при $k=0$ и значения частоты на границе зоны Бриллюэна.



3. (Фононы. Мандельштам-бриллюэновское и мандельштам-рамановское рассеяние.) В кубическом кристалле с атомами двух сортов наблюдается рассеяние проходящего через кристалл монохроматического света под углом 90° к направлению луча. Показатель преломления кристалла n (волновые векторы фотонов внутри кристалла отличаются от своих значений в вакууме множителем $1/n$), длина волны падающего света в вакууме λ . Считать заданными скорость звука s и частоту оптической моды при $k=0$ Ω_0 .
 - (a) С использованием законов сохранения энергии и квазиимпульса определить сдвиг частоты рассеянного света при рассеянии с испусканием (или поглощением) акустического и оптического фонона.
 - (b) Показать, что в обоих случаях рассеяние может происходить только с поглощением или испусканием фононов с волновыми векторами q в центре первой зоны Бриллюэна (т.е. $q \ll k_{Br}$).
 - (c) Оценить ожидаемую величину сдвига частоты света $\delta\omega/\omega$ для процессов с участием акустических и оптических фононов. Необходимые параметры для оценки выбрать как характерные значения для твёрдых тел.