

Неделя 10. Энергетические диаграммы для квазичастичного тока в контактах сверхпроводников. Эффект Джозефсона.

**Оглавление**

Задача Т.10.1 .....2  
 Задача Т.10.2 .....3  
 Задача Т.10.3.....4

**Задача Т.10.1**

Имеется контакт между двумя сверхпроводниками с различными щелями  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  (для определённости  $\Delta_1 > \Delta_2$ ). С помощью энергетических диаграмм объяснить вольт-амперную характеристику для квазичастичного тока через контакт в случае а)  $T=0$ , б)  $T > 0$  (см. рисунок).

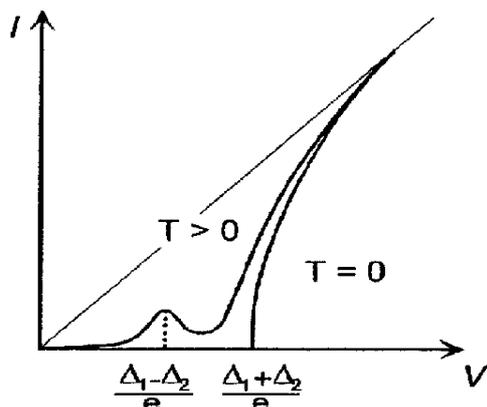


Рисунок 1: Вольт-амперные характеристики туннельного контакта к задаче Т.10.1.

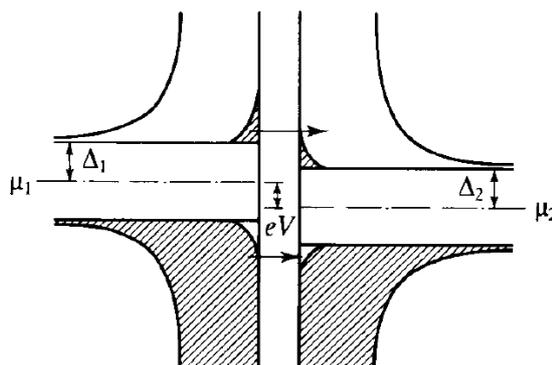


Рисунок 2: К задаче Т.10.1. Решение.

Решение:

Эта задача иллюстрирует построение энергетических диаграмм спектра возбуждений сверхпроводника. Спектр возбуждений сверхпроводника может быть построен феноменологически на основании следующих экспериментальных наблюдений:

1. экспоненциальное уменьшение теплоёмкости и теплопроводности сверхпроводника ниже температуры перехода;
2. пороговое исчезновение отличия между сверхпроводником и нормальным металлом для электромагнитного излучения СВЧ диапазона.

Одним из наглядных представлений спектра квазичастиц является «полупроводниковая модель», подробнее рассмотренная на лекции и в приложении к задачнику. Для упрощения рассуждений предположим, что химпотенциалы обоих сверхпроводников в отсутствие внешнего напряжения совпали. Это предположение исключает из рассмотрения несущественную для нашей задачи контактную разность потенциалов.

В случае  $T=0$  при малых напряжениях на переходе туннельного тока не будет: все

разрешённые состояния на обоих «берегах» контакта заняты. Туннельный ток будет возникать только если «потолок» заполненной зоны одного из сверхпроводников будет поднят приложенным потенциалом до уровня «дна» свободной зоны другого сверхпроводника. Это определяет пороговую разность потенциалов  $U = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{e}$ .

Случай  $T \neq 0$  оказывается нетривиальным. При конечной температуре возникают термоактивированные возбуждения в обоих сверхпроводниках. При этом при нулевом напряжении на контакте никакого тока естественно не возникнет: активированные носители возникают в обоих сверхпроводниках, а ток носителей определяется числами заполнения состояний и суммой по всем исходным и (в силу запрета Паули) доступным конечным состояниям. Таким образом, туннельный ток пропорционален произведению плотностей состояний на обоих «берегах» контакта  $N_1$  и  $N_2$ , проницаемости барьера  $D$  и произведению чисел заполнения на одном берегу  $n_1$  на «число вакансий»  $(1 - n_2)$ :  $I_{1 \rightarrow 2} \propto D N_1 N_2 n_1(\epsilon, T)(1 - n_2(\epsilon, T))$ . Этот ток в точности равен встречному току термоактивированных частиц  $I_{2 \rightarrow 1}$ , так как при совпадении уровней химпотенциала  $n_1(\epsilon, T) = n_2(\epsilon, T)$ .

При подключении источника химпотенциалы смещаются и токи становятся нескомпенсированными. Это приведёт к возникновению небольшого туннельного тока и размытию порога. Кроме этого, особенность в плотности состояний на «дне» или «потолке» зоны приводит к появлению пика туннельного тока (наличие пика связано с острым экстремумом в плотности состояний на «дне» и «потолке» зоны) при разности потенциалов  $U = \frac{|\Delta_1 - \Delta_2|}{e}$ .

## Задача Т.10.2

Найти критический ток  $I_c$  для параллельного соединения двух джозефсоновских контактов, критические токи которых равны  $I_{c1}$  и  $I_{c2}$ .

*Решение:*

Задача использует разобранный на лекции модель джозефсоновского перехода, в котором сверхпроводящий ток куперовских пар зависит от скачка фаз на участке с ослабленной сверхпроводимостью как  $I = I_c \sin \varphi$ . Здесь критический ток  $I_c$  является функцией технологических свойств перехода.

При параллельном соединении двух джозефсоновских контактов (подразумевается соединение этих контактов массивным сверхпроводником) фаза волновой функции сверхпроводящего конденсата постоянна на каждом «берегу» получившейся структуры и разность фаз  $\varphi$  одинакова на двух контактах, поэтому суммарный ток есть:

$$I(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi + I_{c2} \sin \varphi = I_c \sin \varphi, \text{ где } I_c = I_{c1} + I_{c2}.$$

Эта задача подразумевает отсутствие внешнего магнитного поля (см. Т.10.3 далее).

### Задача Т.10.3

Двухконтактный сверхпроводящий квантовый интерферометр представляет из себя сверхпроводящее кольцо, в которое включены два одинаковых джозефсоновских контакта. Такая система называется СКВИД (англ. SQUID – superconducting quantum interference device). Найти максимальный бездиссипативный ток СКВИДа в зависимости от магнитного потока через кольцо. Схема относительного расположения джозефсоновских контактов и подводящих проводов показана на рисунке.

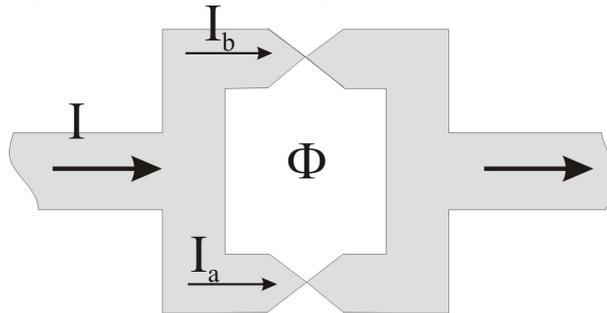


Рисунок 3: К задаче Т.10.3. С сайта <http://en.wikipedia.org/wiki/SQUID>

Решение:

Задача разобрана в Шмидт, раздел 25.1 и разбиралась в лекционных материалах.

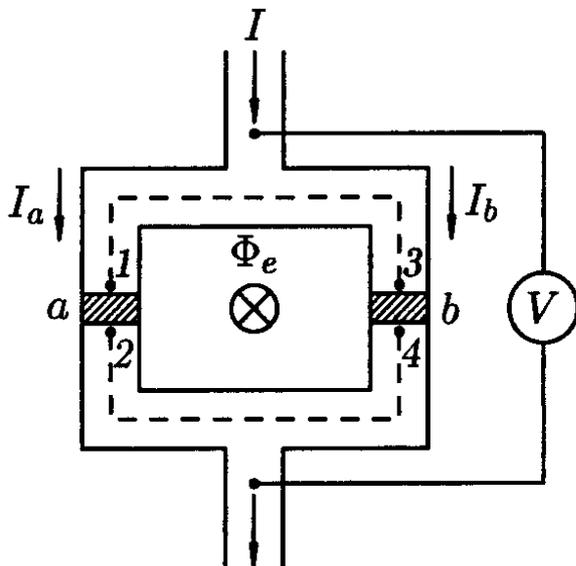


Рисунок 4: Схема устройства ПТ-СКВИДа.

Выберем точки 1, 2, 3, 4 как показано на рисунке. Эти точки расположены в глубине сверхпроводника. В присутствии магнитного поля для связи скорости сверхпроводящих носителей заряда с градиентом фазы волновой функции имеем

$$\hbar \vec{\nabla} \Theta = 2m \vec{v}_s - \frac{2e}{c} \vec{A}$$

Интегрируем это по полуокружностям 1-3 и 4-2, суммируем эти равенства и пользуемся малостью ширины области с ослабленной сверхпроводимостью и связью циркуляции вектор-потенциала с потоком. Получаем  $2\pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0} = \phi_b - \phi_a$ , где  $\phi_{a,b}$  — скачки фаз на двух джозефсоновских переходах.

Полный бездиссипативный ток будет равен сумме бездиссипативных токов по двум плечам СВИДа:

$$I = I_a + I_b = I_c \left( \sin \phi_a + \sin \phi_b \right) = 2 I_c \sin \left( \phi_a + \pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0} \right) \cos \left( \pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0} \right)$$

В первом множителе есть скачок фаз  $\phi_a$ , он подстраивается под заданный источник ток. Для максимального бездиссипативного тока первый «подстраиваемый» множитель

обращается в единицу и  $I_{max} = 2I_c \left| \cos \left( \frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \right) \right|$  .

Эта функция периодически меняется с периодом внешнего магнитного потока равным  $\Phi_0/2$  . Это позволяет (в силу чрезвычайной малости кванта потока  $\Phi_0 \approx 2.07 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \times \text{см}^2$  ) использовать СКВИД-сенсор в качестве высокочувствительного датчика магнитного поля и индикатора нуля.