

Об энергетическом спектре гелия II

В.И. Марченко, А.Я. Паршин

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 119334 Москва Россия

Поступила в редакцию 22.01.08

Отмечено, что спектр объемных возбуждений в гелии II, обрывающийся в точке Питаевского, должен восстановиться в некоторой критической точке с координатами порядка нескольких ротонных энергий и импульсов в виде спектра вихревых колец. Спектр же поверхностных капиллярных волн при увеличении импульса должен перейти в спектр приповерхностных вихревых полуколец.

PACS: 67.25.-dt

Фонон-ротонный спектр Ландау $E(p)$ элементарных возбуждений в гелии-II (см. рис.1), согласно Питаевскому [1], имеет точку окончания. При значительно больших энергиях и импульсах Райфилд и Райф [2] обнаружили дополнительную ветвь возбуждений – вихревые кольца. Питаевский [3], а также Берлов и Робертс [4] обсуждали возможное поведение спектра вихревых колец при энергиях порядка фонон-ротонного спектра. В настоящей заметке мы обращаем внимание на то, что экспериментальные данные позволяют сделать более определенное заключение о спектре вихревых колец при минимальных энергиях.

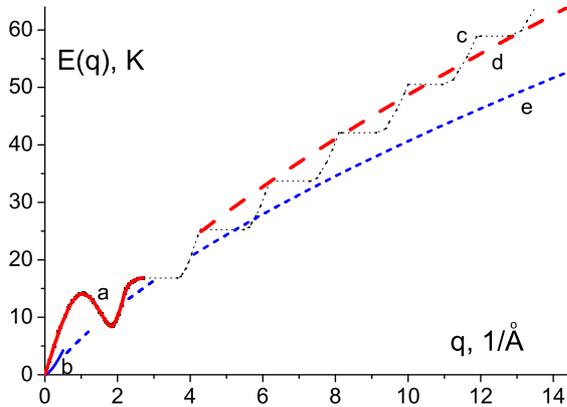


Рис.1 Энергетический спектр гелия II при нулевом давлении: (a) – фонон-ротонный спектр (по данным [6]), (b) – спектр капиллярных волн на свободной границе, (c) – граница устойчивости возможных дополнительных возбуждений, (d) – оценка спектра вихревых колец (1), (e) – оценка спектра вихревых приповерхностных полуколец (2). Энергии E указаны в Кельвинах, волновой вектор $q = p/\hbar$ в обратных ангстремах.

Симметрия вихревого кольца та же, что у фонона и ротона – $C_{\infty v}$: ось бесконечного порядка вокруг направления импульса и плоскость отражения, параллельная направлению импульса. Поэтому точек пересечения указанных ветвей спектра быть не может. Заметим, что в микроскопической теории спектра гелия Фейнман и Коэн [5] представляли структуру атомного движения возбуждения вблизи ротонного минимума как вихревое колечко с радиусом порядка атомного. Принципиально эти возбуждения могли бы представлять собой единую непрерывную ветвь спектра. Поскольку, однако, в сверхтекучем гелии фонон-ротонный спектр имеет точку окончания, то спектр вихревых колец должен либо начинаться при некотором конечном импульсе, либо иметь конечную энергию при нулевом импульсе.

Для оценки параметров минимального вихревого кольца воспользуемся макроскопическим приближением. Тогда спектр вихревых колец есть (см. [3])

$$E = \frac{\sqrt{\rho\kappa^3 p}}{4\sqrt{\pi}} \ln \frac{p}{\pi\kappa\rho\xi^2}. \quad (1)$$

Этот спектр непосредственно следует из известных результатов Томсона для вихревых колец в классической гидродинамике (см. [7]): импульс кольца радиуса R равен $p = \pi\kappa\rho R^2$, а его энергия есть $E = (\rho\kappa^2/2)R \ln(R/\xi)$, где κ – циркуляция, ρ – плотность жидкости, ξ – величина порядка межатомного расстояния. В сверхтекучем гелии $\kappa = \hbar/m$, где m – масса атома ${}^4\text{He}$, ξ – величина порядка длины когерентности.

Определяемая спектром (1) зависимость скорости $v = \partial E/\partial p$ от энергии E была наблюдаема Райфилдом и Райфом [2] при исследовании подвижности зарядов в гелии (см. рис.2). При больших энер-

гиях ($1 \div 50$ эВ) заряды обоих знаков прикрепляются к вихревым кольцам и движутся вместе. По данным [2] (см. рис.2) находим параметр $\xi = 0,7 \pm 0,1 \text{ \AA}$. При этом значении ξ спектр (1) по мере уменьшения импульса в точке $q \approx 11,6 \text{ \AA}^{-1}$, $E \approx 54,5 \text{ К}$ попадает в область неустойчивости относительно распада на 6 ротонов (см. рис.1). Здесь, как нетрудно убедиться, следуя процедуре определения особенностей спектров возбуждений, разработанной Питаевским [1], возникает затухание возбуждения при нулевой температуре. Диаметр вихревого кольца в этой точке оказывается равным $\approx 10,3 \text{ \AA}$. Таким образом, макроскопическое приближение удовлетворяется неплохо.

Область неустойчивости ограничена линией основного спектра (а) и точечной линией (с), представляющей минимальное значение суммы энергий произвольного числа квазичастиц при заданном их суммарном импульсе. На этой линии имеются чередующиеся участки с распадами на n одинаковых квазичастиц и горизонтальные участки распада на n ротонов с нулевой скоростью. Вблизи горизонтальных участков 3Δ (и 4Δ) имеются еще малые участки, где происходят распады на 2(и 3) квазичастицы с импульсами чуть ниже точки перегиба (максимума групповой скорости) и одной с импульсом чуть больше.

При дальнейшем уменьшении импульса спектр попадает в область устойчивости после пересечения горизонтального участка линии распада на 6 ротонов с нулевой скоростью. Потом спектр входит в область возможности распада на 5 ротонов с конечной скоростью, где снова появляется затухание, и т.д. вплоть до точки ($q \approx 4,3 \text{ \AA}^{-1}$, $E \approx 25 \text{ К}$) пересечения с линией распада на два ротона с конечной скоростью, где, согласно общему результату Питаевского [1], спектр вихревых колец должен начинаться. Диаметр минимального вихревого кольца равен $\approx 6,3 \text{ \AA}$. Неточность определения параметра ξ приводит к ошибке в оценке координат критической точки начала спектра вихревых колец $\sim 10\%$. Отметим, что, поскольку линия спектра в широком интервале энергий проходит близко к границе устойчивости, то место попадания в область затухания определяется с меньшей точностью.

При увеличении давления изменение параметров ρ , p_0 и Δ приводит к существенному сдвигу точки вхождения спектра вихревых колец в область затухания в сторону больших энергий. И здесь нельзя исключить возможности прохождения линии спектра вихревых колец вплоть до импульса, равного

нулю, если его энергия будет достаточно большой.

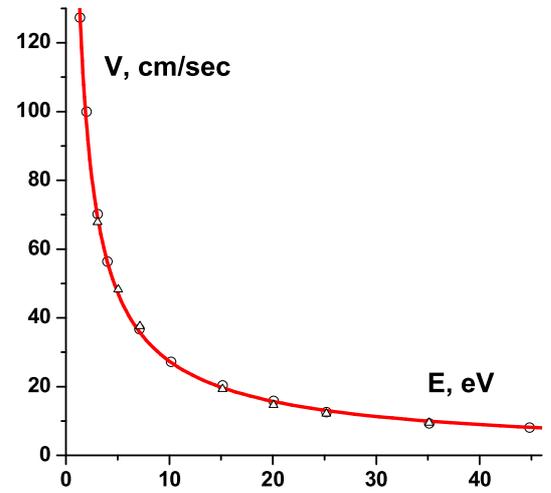


Рис.2 Скорость вихревых колец с прикрепленным к ним положительным (треугольники) и отрицательным (кружочки) зарядами [2]. Теоретическая кривая построена при $\xi = 0,7 \text{ \AA}$.

Отметим, что вблизи границ гелия-II должны распространяться вихревые полукольца, спектр которых в макроскопическом пределе получается непосредственно из спектра объемных колец. Из-за логарифмической расходимости энергии вихрь выходит на границу, ориентируясь нормально к ней. Тогда движущийся вихрь должен представлять собой полукольцо с импульсом $p = \pi \kappa \rho R^2 / 2$ и энергией

$$E_s = \frac{\sqrt{\rho \kappa^3 p}}{4\sqrt{2\pi}} \ln \frac{2p}{\pi \kappa \rho \xi^2}. \quad (2)$$

Мы благодарим Е.Р. Подольяка за обсуждение и советы, рецензента за доброжелательную конструктивную критику. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ 07-02-00166а.

1. Л.П. Питаевский, ЖЭТФ **36**, 1168 (1959)
2. G.W. Rayfield, F. Reif, Phys. Rev. Lett. **11**, 305 (1963)
3. Л.П. Питаевский, УФН **88**, 409 (1966)
4. N.G. Berloff, P.H. Roberts, Journ. Phys. **A32**, 5611 (1999)
5. R.P. Feynman, M. Cohen, Phys. Rev. **102**, 1189 (1956)
6. R.J. Donnelly, J.A. Donnelly, R.N. Hills, Journ. of Low Temp. Phys. **44**, 471 (1981)
7. Г. Ламб, Гидродинамика, ОГИЗ, Москва (1947)